المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (18) 2010
ص ص [321-358]

حل مسألة البرمجة التربيعية باستخدام طريقة Van De Panne تحت بيئة ضبابية

لمياء جاسم محمد*

الملخص:

تم في هذا البحث حل مسألة البرمجة التربيعية المضببة المتماثلة بمقادير تضبيب معينة باستخدام الأطوار الخاصة بطريقة Van De، كما تمت معالجة النموذج الناتج بإتباع الأنظمة الخاصة بشروط كوهن تكر (Kuhn Tucker) في حل مسائل البرمجة التربيعية والبرنامج الحاسوبي7 (WINQSB) بعد تحويل كل نموذج مستخدم إلى نموذجين خطي وتربيعي، والتأكد من الحلول باستخدام النظام الجاهز (Matlab) وتم الحصول على نتائج مشجعة.

Solving Quadratic Programming Problem Using Van De Panne Method Under Fuzzy Environment

Abstract:

In this paper, the solution of Symmetric Fuzzy Quadratic programming is considered by using fuzzy values with special Phases of Van De method , For the founded model ,we use the Kuhn Tucker conditions for solving the Quadratic programming by implementing the computer program (WINQSB) also by transforming the model to two models one of them is Linear and the

---

* مدرس مساعد /كلية علوم الحاسوب والرياضيات /قسم الإحصاء والمعلوماتية/ جامعة الموصل

تاريخ التسلم: 26/ 7/ 2009 ـــــــــــــــــ تاريخ القبول : 12/ 7/ 2010

other is Quadratic , of the Matlab in order to check the results. Finally, the results are very encouraging.

1-المقدمة:

تحتل البرمجة الخطية وغير الخطية في الوقت الحاضر مركزاً مرموقاً في مجال بحوث العمليات ولهما تطبيقات واسعة في كثير من المجالات العلمية وبمرور الزمن تم تطوير الأساليب العلمية المستخدمة في حل معضلات البرمجة وقد ظهر هذا الاستخدام تحت اسم بحوث العمليات (Operation Research).

إذ ظهرت الحاجة إلى البرمجة الخطية منذ بداية القرن التاسع عشر ويعد دانتزك (Dantzig) أول من اهتم بتطوير أساليب البرمجة الخطية باستخدام طريقة السمبلكس في عام (1947) التي تعد إحدى الطرائق المهمة والشائعة الاستخدام في حل مسائل البرمجة الخطية ، اذ طبقت في مجال القوة الجوية الأمريكية، وفي مجال نقل الأسلحة، كيفية توزيع شبكات الرادار ،انتشار الغواصات.

تعرف البرمجة الخطية على أنها مجموعة أساليب يمكن من خلالها الحصول على المقدار الأمثل(الأقصى أو الأدنى) أي الاستخدام الأمثل للموارد المحدودة أما البرمجة غير الخطية وهي البرمجة التي تكون فيها بعض أو جميع العلاقات أو دالة الهدف غير خطية وتكون على أنواع منها البرمجة التربيعية ،الديناميكية والهندسية ..الخ، وان تطبيقات البرمجة غير الخطية عديدة ومتنوعة منها في مجال الصناعة الكيمياوية والبترولية ومجال الطاقة والغاز الطبيعي والتخطيط العمراني والهندسي والاقتصادي. [جزاع ، (1986)] [بقجة جي،(1998)]، [Vanderbei,(2001)]،[Bazaraa,(1993)].

2- البرمجة التربيعية (Quadratic Programming):

تعد مسألة البرمجة التربيعية نوعا من أنواع البرمجة غير الخطية (Non-Linear Programming) إذ تكون فيها مسألة الامثلية مقيدة خطياً بدالة هدف تربيعية أي أن المسألة غير خطية بدالة هدف تربيعية وقيود خطية أو قد تكون دالة الهدف خطية أو احد القيود غير خطية وتشكل أساسا لبعض خوارزميات البرمجة غير الخطية،ويعد العالم Wolfe أول من عالج هذه المسألة في عام 1959 إذ أوجد

خوارزمية جديدة سميت باسمه خوارزمية Wolfe [الطائي،(2002)]، .[Koo,(1977)]

يكتب الشكل العام لنموذج البرمجة التربيعية كما في النموذج المتمثل بالمعادلة (1) بالآتي[Vanderbei,(2001)]:

$$\begin{aligned} &Minimize\ \ f(x)=c^T x+\frac{1}{2}x^T Q\,x=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\ \sum_{j=1}^{n} q_{ij}x_i x_j \\ &\quad s.t \\ &\quad Ax\le b \qquad\qquad\qquad .....(1) \\ &\quad x\ge 0 \end{aligned}$$

إذ أن:

c:متجه صفي ذو n عمود يصف معاملات التعابير الخطية في دالة الهدف $c=\lfloor c_1\,c_2\,....c_n\rfloor$.

Q:مصفوفة متماثلة ذات سعة $(n\times n)$ أي n من الصفوف و n من الأعمدة تصف المعاملات للتعابير التربيعية في دالة الهدف.

x:متجه عمودي ذو n صف يشير إلى متغيرات القرار.

A: مصفوفة ذات بعد$(m\times n)$تصف المعاملات الخطية الخاصة بالقيود.

b:متجه عمودي ذوm صف يمثل الجانب الأيمن للمعاملات الخاصة بالقيود.

إن دالة لاكرانج للبرمجة التربيعية يمكن توضيحها في المعادلة (2) بالآتي:

$$\begin{aligned} &L(x,\mathrm{M})=c^T x+\frac{1}{2}x^T Q\,x-\mathrm{M}g_i(x) \\ &g_i(x)=(b-Ax) \\ &g_i(x)=-(Ax-b) \\ &L(x,\mathrm{M})=c^T x+\frac{1}{2}x^T Q\,x+\mathrm{M}(Ax-b) \qquad ......(2) \end{aligned}$$

عندما $\mathrm{M}=(\mathrm{M}_1\,\mathrm{M}_2\,...\mathrm{M}_m)$ متجه صفي ذو m من بعد.

وتعطى شروط كوهن توكر(Kuhn Tucker) (KKT) للحد الأدنى المحلي والموضحة بالمعادلات (3) و(4) و(5) و(6) كالأتي[Battermann,(1996)]:

$$\frac{\partial L(x,\mathrm{M})}{\partial x_j} \geq 0 \qquad , j = 1,2,....,n$$

$$c + x^T Q + \mathrm{M}A \geq 0 \qquad ....(3)$$

$$\frac{\partial L(x,\mathrm{M})}{\partial \mathrm{M}_i} \leq 0 \qquad ,i = 1,2,....,m$$

$$Ax - b \leq 0 \qquad ....(4)$$

$$x_j \frac{\partial L}{x_j} = 0 \qquad , j = 1,2,....,n$$

$$x^T (c^T + Q x + A^T \mathrm{M}^T) = 0 \qquad ....(5)$$

$$\mathrm{M}_i g_i(x) = 0$$

$$\mathrm{M}(Ax - b) = 0 \qquad ....(6)$$

$$x \geq 0 \ , \mathrm{M} \geq 0$$

وفي حالة عدم المساواة في المعادلة(3) يجب طرح متغيرات اصطناعية فائضة غير سالبة $y \in R^n$ وإضافة متغيرات مكملة غير سالبة $v \in R^m$ في حالة عدم المساواة في المعادلة (4) وكالاتي:

$$c^T + Q x + A^T \mathrm{M}^T - y = 0$$

$$Ax - b + v = 0$$

ويمكن كتابة شروط(KKT) مع نقل الثوابت إلى الجانب الأيمن والموضحة في المعادلات (7) و(8) و(9) و(10)كالآتي:

$$Q x + A^T \mathrm{M}^T - y = -c^T \qquad ....(7)$$

$$Ax + v = b \qquad ...(8)$$

$$x \geq 0 \ , \mathrm{M} \geq 0, y \geq 0, v \geq 0 \qquad ....(9)$$

$$y^T x = 0, \mathrm{M}v = 0 \qquad ...(10)$$

3- الوصف المبسط لطريقة فان دي باني (Simple Description of Van De Panne Method)

يكون النموذج الرياضي للمسائل الامثلية الخاصة بطريقة Van De Panne كالآتي[Bector,(2005)] :

$$\begin{aligned} & Max Z = c^T x \\ & s.t \\ & c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x \le \beta \qquad .....(11) \\ & Ax \le b \\ & x \ge 0 \end{aligned}$$

4- مراحل تطور طريقة Van De Panne
(The Development Phases of Van De Panne Method)

عالجت طريقة Van De مسألة الامثلية الخاصة المتمثلة بالنموذج الموضح في المعادلة (11) بطورين.

أ- الطور الأول:

يتضمن هذا الطور تجاهل القيد التربيعي لمسألة الامثلية الخاصة المتمثلة بالنموذج الموضح في المعادلة (11) وجعله كدالة هدف كما موضح بالنموذج المبين في الطور الثاني
للحصول على مسألة برمجة خطية اعتيادية (LP):

$$\begin{aligned}&MaxZ = c^T x\\&\quad s.t\\&\qquad Ax \le b\\&\qquad x \ge 0\end{aligned}$$

وعلى فرض أن x_0 يمثل الحل الأمثل لمسألة البرمجة الخطية أعلاه (LP).

وإذا كانت x_0 يمثل الحل الأمثل الذي يحقق القيد التربيعي الآتي:

$$c^T x_0 + \frac{1}{2} {x_0}^T Q\, x_0 \le \beta$$

وان x_0 يحقق الحل الأمثل للمسألة الامثلية الخاصة الممثلة بالنموذج الموضح في المعادلة (11) وإذا كان x_0 لايحقق القيد التربيعي فيتم التحرك إلى الطور الثاني لطريقة Van De.

ب- الطور الثاني:

في هذه الطور يتم تركيب مسألة برمجة تربيعية بدلالة المعلمة λ إذ يعبر عنها اختصاراً بالرمز $(QPP)_\lambda$ مختصر لـ(Quadratic Programming Problem) كما يأتي:

$$\begin{aligned}&MaxZ = c^T x + \frac{1}{2} x^T Q\, x\\&s.t\\&\qquad Ax \le b\\&\qquad c^T x \ge \lambda\\&\qquad x \ge 0\end{aligned}$$

ويتم ذلك بتركيب فرضية البدء بالمعلمة $\lambda_0 = c^T x_0$، إذ تم حل مسألة البرمجة التربيعية بدلالة المعلمة λ من خلال نقصان المعلمة λ إلى الحد الأدنى λ_0 ويمكن معالجة الطور الثاني في واحدة أو اثنتين من الطرائق الآتية:

1-عندما تعبر القيمة المؤكدة المثلى λ^* لـلمعلمة λ عن الحل الأمثل $x = x^*$ وتصبح دالة الهدف مساوية لـ β والممثلة بالقيد $c^T x_0 + \frac{1}{2} {x_0}^T Q\, x_0 = \beta$ عند القيمة المثلى لـ λ^* سيتم إيجاد الحل الأمثل لمسألة البرمجة الخطية الخاصة.

2-عندما تكون القيمة المؤكدة المثلى λ^* لـلمعلمة λ والممثلة بالقيد $c^T x \geq \lambda$ لبناء الحل الأمثل لمسألة البرمجة التربيعية بدلالة المعلمة λ مع القيـد $c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x$ الذي لايزال اكبر من β فان هذا يعني ليس هناك قيمة لـ λ وان الحل موجـود ويعطي قيمة أصغرية لدالة الهدف $c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x$ التي تكون أقل أو يساوي القيمة β.

5- تضبيب مسألة البرمجة التربيعية:

يتم تضبيب مسألة البرمجة التربيعية أو أية مسألة أخرى بإضافة مقادير تضبيب معينة والمعبر عنها بـ $p_i = (i = 0,1,\dots,n)$ وبعدد $(n+1)$ من المتغيرات الداخلة في المسألة تضاف الى قيود المسألة أو لدالة الهدف إذ تكون قيم التضبيب p_i قيم افتراضية نحصل عليها من خلال عمل التجربة على أكثر من قيمة يتم من خلالها التوصل إلى الحل الأمثل وفي الوقت نفسه تبقى القيود فعالة بشرط تحقق القيد التربيعي بعد إضافة قيم p_i أو طرحها سواء كان لدالة الهدف او القيود، وعند تضبيب مسألة البرمجة التربيعية الاعتيادية سوف يتم التوصل إلى نموذجين هما

(1) نموذج التضبيب المتماثل لمسائل البرمجة التربيعية.

(2) نموذج التضبيب غير المتماثل لمسائل البرمجة التربيعية.

ولحل تلك النماذج يجب تحويلها إلى مسألة برمجة خطية اعتيادية وكتابة الشكل العام لمسألة البرمجة التربيعية الاعتيادية كالأتي:

$$MinZ = c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x$$

$$s.t$$

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

ويمكن كتابة الشكل المضبب لمسألة البرمجة التربيعية الاعتيادية كما موضح في المعادلة (12) بالاتي:

$$\begin{aligned} & Mi\tilde{n}\; Z = c^T x + \frac{1}{2} x^T Q\, x \\ & \quad s.t \\ & \quad Ax \le b \qquad\qquad\qquad ....(12) \\ & \quad x \ge 0 \end{aligned}$$

6- البرمجة التربيعية المضببة المتماثلة:
(Symmetric Fuzzy Quadratic Programming)

يعبرعن مسألة البرمجة التربيعية المضببة المتماثلة اختصاراً بالرمز (SFQPP) لإيجاد قيم x والناتجة عن تضبيب المسائل الاعتيادية الخاصة بالبرمجة التربيعية والموضحة في المعادلة (13) بالاتي:

$$\begin{aligned} & c^T x + \frac{1}{2} x^T Q\, x \le Z_0 \\ & A\, x \le b \qquad\qquad\qquad ...(13) \\ & x \ge 0 \end{aligned}$$

اذإن:

Z_0:القيم المتمثلة بإعطاء الحل الأمثل (Aspiration Level) لصنع القرار والمتمثل بـ β في النموذج الموضح في المعادلة (11).

وبأخذ p_i و $i=1,2,3,\ldots,m$ كمقادير تضبيب لدالة الهدف والقيود وبإتباع أسلوب (Zimmermann) للدوال العضوية Mi و$i=1,2,\ldots,m$ والمعرفة بالاتي [AL-Jassar,(2004)]:

$$M_o(Z) = \begin{cases} 1 & , Z \prec Z_0 \\ 1 - \dfrac{Z - Z_0}{P_0} & , Z_0 \le Z \le Z_0 + P_0 \\ 0 & , Z \ge Z_0 + P_0 \end{cases} \qquad ....(14)$$

و

$$M_i(A_i x)=\begin{cases}1 & ,A_i x \prec b_i\\ 1-\dfrac{A_i x-b_i}{P_i} & ,b_i \le A_i x \le b_i+P_i\\ 0 & ,A_i x \ge b_i+P_i\end{cases} \quad ...(15)$$

وباستخدام أسلوب (Zimmermann) يتم التوصل إلى الحل الأمثل لمسألة البرمجة التربيعية المضببة المتماثلة وكالاتي:

$$\begin{aligned}&MaxZ = x_{n+1}\\ &s.t\\ &M_o(Z)=\left(1-\frac{Z-Z_0}{P_0}\right)\ge x_{n+1}\\ &M_i(A_i x)=\left(1-\frac{A_i x-b_i}{P_i}\right)\ge x_{n+1}\ ,i=1,2,...,m \qquad ....(16)\\ &x_{n+1}\in[0,1]\\ &x\ge 0\end{aligned}$$

وعلى سبيل المثال فان مسألة البرمجة الخطية الخاصة المتماثلة الناتجة من التضبيب الآتية:

$$\begin{aligned}&MaxZ = x_{n+1}\\ &s.t\\ &c^T x+\frac{1}{2}x^T Q\,x+P_0 x_{n+1}\le P_0+Z_0\\ &A_i\,x+P_i x_{n+1}\le b_i+P_i\ \ (i=1,2,...,m) \qquad ..(17)\\ &x_{n+1}\le 1\\ &x_{n+1}\ge 0\\ &x\ge 0\end{aligned}$$

إن مسألة البرمجة الخطية المتماثلة هي نوع من أنواع مسألة البرمجة الخطية الاعتيادية (LPP) ويمكن حلها باستخدام طريقة Van De Panne لوصف النموذج الموضح في المعادلة (17).

7- البرمجة التربيعية المضببة غيرالمتماثلة:

(Non-Symmetric Fuzzy Quadratic Programming)

ويعبرعن مسألة البرمجة التربيعية المضببة غيرالمتماثلة اختصاراً بالرمز (N-SFQPP) لإيجاد قيم x والموضحة في المعادلة (18) بالاتي:

$$\begin{aligned} &M\tilde{i}n\; Z = c^T x + \frac{1}{2} x^T Q\, x \\ &\quad s.t \\ &\quad\; A_i x \le b_i \quad ,i = 1,2,...,m \qquad ....(18) \\ &\quad\; x \ge 0 \end{aligned}$$

وعلى فرض إن P_i ,i=1,2,..,m يشير إلى مقدار التضبيب للدوال المقيدة ، يتم إتباع أسلوب Werner الذي قام بتركيب دالة عضوية لدالة الهدف التربيعية من خلال تعريف قيم Z_0 وZ_1 كالآتي:

$$\begin{aligned} &Z_0 = Min\left(c^T x + \frac{1}{2} x^T Q\, x \right) \\ &\quad s.t \\ &\quad\; A_i x \le b_i \quad ,i = 1,2,...,m \quad ....(19) \\ &\quad\; x \ge 0 \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned} &Z_1 = Min\left(c^T x + \frac{1}{2} x^T Q\, x \right) \\ &\quad s.t \\ &\quad\; A_i x \le b_i + P_i \quad ,i = 1,2,...,m \quad ...(20) \\ &\quad\; x \ge 0 \end{aligned}$$

وهكذا يمكن تركيب دالة عضوية وبشكل استمراري وغير متناقصة لدالة الهدف من خلال استخدام Z_0 و Z_1 كما موضح في المعادلة (21) بالاتي:

$$M_o(Z)=\begin{cases}1 & ,Z \prec Z_0\\ 1-\dfrac{Z-Z_0}{Z_1-Z_0} & ,Z_0 \le Z \le Z_1\\ 0 & ,Z \ge Z_1\end{cases} \quad ...(21)$$

وباستخدام الدوال العضوية نفسها للقيود المستخدمة في الأسلوب المتماثل مع الدالة العضوية للهدف المعرفة وبإتباع الأسلوب نفسه أو أسلوب مشابه له قبل الحصول على الأسلوب المكافئ لمسألة البرمجة الاعتيادية الآتية:

$$\begin{aligned}&Max \quad x_{n+1}\\ &\quad s.t\\ &\qquad c^T x+\frac{1}{2}x^T Q\,x+(Z_1-Z_0)x_{n+1}\le Z_1\\ &\qquad A_i\,x+P_i x_{n+1}\le b_i+P_i \quad (i=1,2,...,m) \quad ....(22)\\ &\qquad x_{n+1}\le 1\\ &\qquad x_{n+1}\ge 0\\ &\qquad x\ge 0\end{aligned}$$

ويتم الحصول مرة أخرى على مسألة البرمجة الخطية الاعتيادية إذ يمكن حلها بطريقة Van De.

8- الجانب التطبيقي:

تم تضبيب النموذج الموضح (كمثال) كما هو واضح في المعادلة (23) بإضافة مقادير تضبيب معينة اليها او طرحها والحصول على مسألة برمجة تربيعية مضببة متماثلة باستخدام الأطوار الخاصة المتبعة في طريقة Van De وقد تم تجاهل القيد التربيعي أولا باستخدام الطور الأول وجعله كدالة هدف باستخدام الطور الثاني فتكونت بذلك مسألة برمجة خطية تم حلها بإتباع طرائق حل المسائل الخطية وبإتباع الطور الثاني بوضع القيد التربيعي الذي تم تجاهله كدالة هدف وتمثيل المسألة بالمعلمة $\lambda = 1$ لإقلال دالة الهدف فتكونت بذلك مسألة برمجة غير خطية تربيعية.

تم أخذ ست قيم افتراضية لـ (pi) i=0,1,2,3,…,n بقدر عدد المتغيرات مضافا إليها متغير أخر وتم تعويضها بنفس النموذج الموضح في

المعادلة (25) وعند كل قيمة افتراضية من p سوف يتكون لدينا نموذج مختلف عن النموذج الأخر ثم تم حل النماذج جميعها باستخدام البرنامج الحاسوبي (WINQSB).

ولاختبار النماذج المتكونة ومدة فعاليتها وفعالية القيود وصحتها تم استخدام تحليل الحساسية لغرض معرفة تأثير التغيرات الحاصلة في دالة الهدف والقيود والجانب الأيمن من القيود والممثل بـ bi لمعرفة هل أن القيود سوف تبقى فعالة عند تغيير قيم pi الافتراضية والتي تؤدي الى تغير الكلف الخاصة بالنموذج ومتطلباته وتبين أن القيود تبقى فعالة.

في حالة تغير قيم pi الافتراضية وان الحل يبقى حلا امثل ويكون الاختلاف فقط في عدد التكرارات المتكونة للتوصل إلى الحل الأمثل فضلا عن القيم المثلى لكل نموذج وكما موضح في الجدول (5).

ويمكن التعبير عن مسألة البرمجة التربيعية المضببة اختصارا بالرمز (SFQPP) ولإيجاد قيم كل من x إذ إن $(x_1, x_2,...., x_n) \in R^n$, $(x_1, x_2) \in R^2$ وكما سيوضح في المثال الاتي:

إذ أن النموذج الموضح في المعادلة (23) أخذ كمثال لإجراء التضبيب وبالإمكان تعميم ذلك لأي مسألة إذ تم أخذ الأرقام بالنسبة الى قيم pi بشكل عشوائي لتكوين نموذج جديد ولقيم مختلفة من pi.

n:عدد المتغيرات.

R:مجموعة الاعداد الطبيعية.

a : بفرض أن القيم الافتراضية مساوية لـ $P_3=3$, $P_2=1$, $P_1=2$, $P_0=2.12$

$$\begin{aligned}
&2x_1 + x_2 + 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 \le 52.87 \\
&4x_1 + 5x_2 \ge 20 \\
&5x_1 + 4x_2 \ge 20 \qquad\qquad ..(23) \\
&x_1 + x_2 \le 30 \\
&x_1, x_2 \ge 0
\end{aligned}$$

إذ أن:

Z_0: قيمة Z الابتدائية وان $Z_0=52.87$ وأن $Z_0=Z_1-p_0$ والتي تمثل الحد الأدنى لقيمة Z .

وعلى فرض إن مقادير التضبيب (Tolerances) P_i ,$i=1,2,..,m$ تعطى بالاتي:

$P_0=2.12$,$P_1=2$,$P_2=1$,$P_3=3$

وبعد تطبيق نموذج مسألة البرمجة الخطية المتماثلة الاعتيادية Van De والمتمثلة بالنموذج الموضح في المعادلة (17) كالآتي:

$$\begin{aligned}
&MaxZ = x_{n+1} \\
&\quad s.t \\
&\qquad c^T x + \frac{1}{2} x^T Q\, x + P_0 x_{n+1} \le P_0 + Z_0 \\
&\qquad A_i\, x - P_i x_{n+1} \ge b_i + P_i \quad (i=1,2) \\
&\qquad A_i\, x + P_i x_{n+1} \le b_i + P_i \quad (i=3) \qquad ..(17a) \\
&\qquad x_{n+1} \le 1 \\
&\qquad x_{n+1} \ge 0 \\
&\qquad x \ge 0
\end{aligned}$$

إذ إن:

$P_3=3$,$P_2=1$,$P_1=2$,$P_0=2.12$ و$Z_0=52.87$ وان $Z_0+P_0=54.99$، يتم الحصول على النموذج الموضح بالمعادلتين (24) و(25) بالآتي:

$$\begin{aligned}
&MaxZ = x_3\\
&s.t\\
&2x_1 + x_2 + 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 + 2.12x_3 \le 54.99 \quad ..(24)\\
&4x_1 + 5x_2 - 2x_3 \ge 18\\
&5x_1 + 4x_2 - x_3 \ge 19 \quad ..(25)..\\
&x_1 + x_2 + 3x_3 \le 33\\
&x_3 \le 1\\
&x_1, x_2, x_3 \ge 0
\end{aligned}$$

وبعد تطبيق الطور الأول بتجاهل القيد التربيعي فإن المسألة تصبح مسألة برمجة خطية والموضحة في المعادلة (26) بالاتي:

$$\begin{aligned}
&MaxZ = x_3\\
&s.t\\
&4x_1 + 5x_2 - 2x_3 \ge 18\\
&5x_1 + 4x_2 - x_3 \ge 19 \quad ....(26)\\
&x_1 + x_2 + 3x_3 \le 33\\
&x_3 \le 1\\
&x_1, x_2, x_3 \ge 0
\end{aligned}$$

ان الحل الأمثل لمسألة البرمجة الخطية أعلاه وبعد تحويل القيود التي تحمل علامة ≥ إلى ≤ وكالاتي:

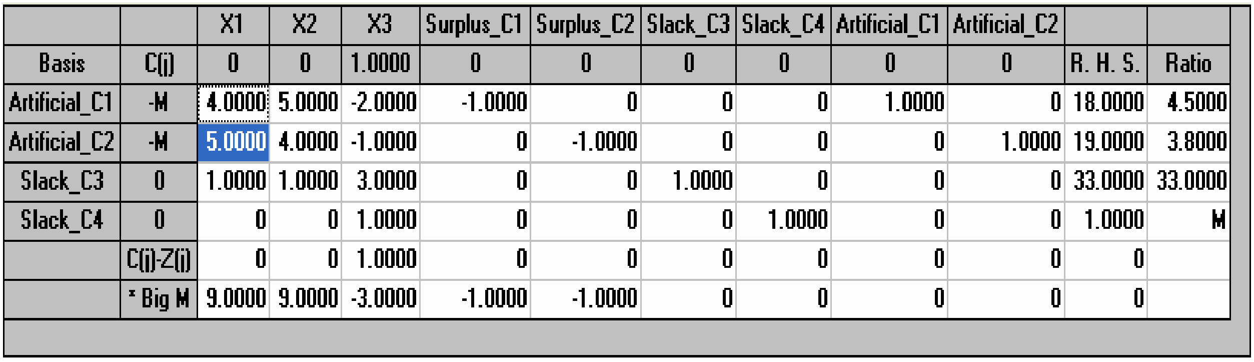
$$\begin{aligned}
&MaxZ = x_3\\
&s.t\\
&-4x_1 - 5x_2 + 2x_3 \le -18\\
&-5x_1 - 4x_2 + x_3 \le -19 \quad ....(26)\\
&x_1 + x_2 + 3x_3 \le 33\\
&x_3 \le 1
\end{aligned}$$

هو

$x_1^* = 2.22\ , x_2^* = 2.22 \quad and \quad x_3^* = 1$

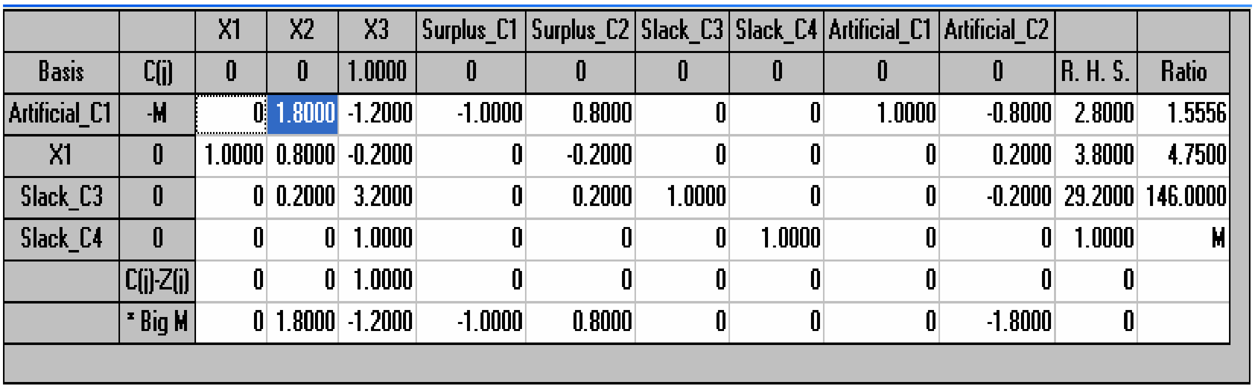
وباستخدام البرنامج الحاسوبي (WINQSB) وبعد أربعة تكرارات والتي تم توضيحها بالخطوات الآتية:

التكرار(1):



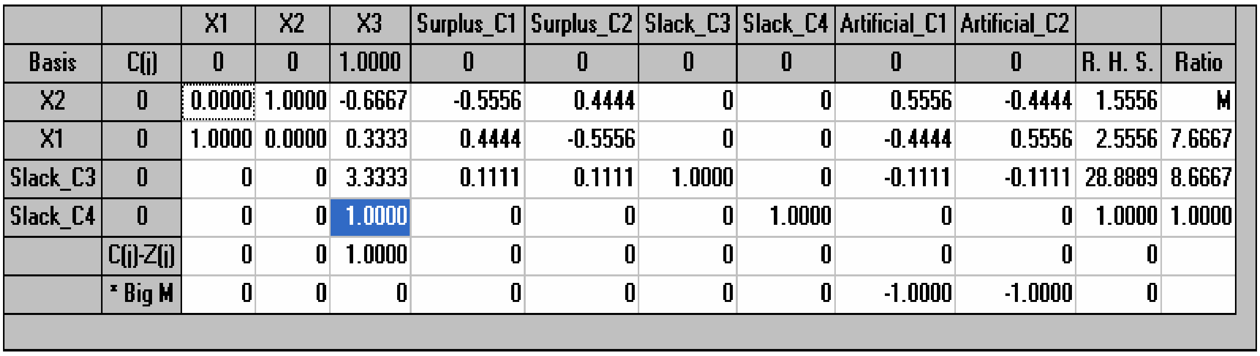
		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Artificial_C1	Artificial_C2		
Basis	C(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	-M	4.0000	5.0000	-2.0000	-1.0000	0	0	0	1.0000	0	18.0000	4.5000
Artificial_C2	-M	5.0000	4.0000	-1.0000	0	-1.0000	0	0	0	1.0000	19.0000	3.8000
Slack_C3	0	1.0000	1.0000	3.0000	0	0	1.0000	0	0	0	33.0000	33.0000
Slack_C4	0	0	0	1.0000	0	0	0	1.0000	0	0	1.0000	M
	C(j)-Z(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	0	
	* Big M	9.0000	9.0000	-3.0000	-1.0000	-1.0000	0	0	0	0	0	

التكرار(2):

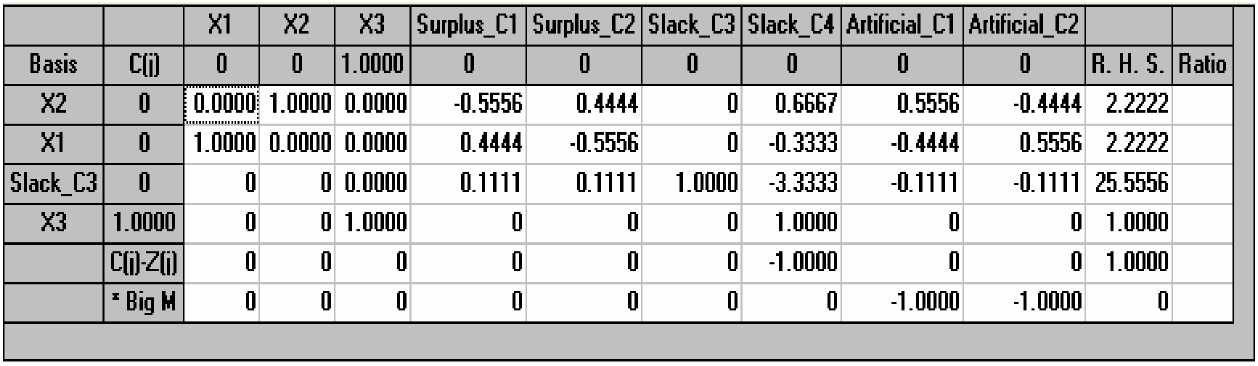


		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Artificial_C1	Artificial_C2		
Basis	C(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	-M	0	1.8000	-1.2000	-1.0000	0.8000	0	0	1.0000	-0.8000	2.8000	1.5556
X1	0	1.0000	0.8000	-0.2000	0	-0.2000	0	0	0	0.2000	3.8000	4.7500
Slack_C3	0	0	0.2000	3.2000	0	0.2000	1.0000	0	0	-0.2000	29.2000	146.0000
Slack_C4	0	0	0	1.0000	0	0	0	1.0000	0	0	1.0000	M
	C(j)-Z(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	0	
	* Big M	0	1.8000	-1.2000	-1.0000	0.8000	0	0	0	-1.8000	0	

التكرار(3):



		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Artificial_C1	Artificial_C2		
Basis	C(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X2	0	0.0000	1.0000	-0.6667	-0.5556	0.4444	0	0	0.5556	-0.4444	1.5556	M
X1	0	1.0000	0.0000	0.3333	0.4444	-0.5556	0	0	-0.4444	0.5556	2.5556	7.6667
Slack_C3	0	0	0	3.3333	0.1111	0.1111	1.0000	0	-0.1111	-0.1111	28.8889	8.6667
Slack_C4	0	0	0	1.0000	0	0	0	1.0000	0	0	1.0000	1.0000
	C(j)-Z(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	0	
	* Big M	0	0	0	0	0	0	0	-1.0000	-1.0000	0	

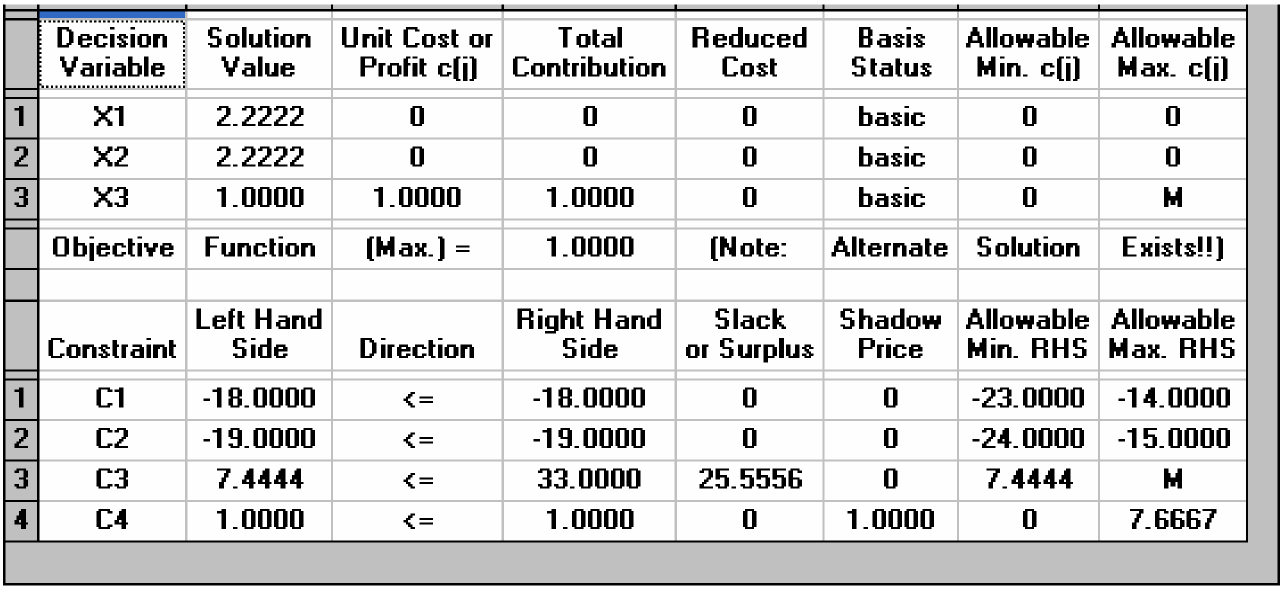


		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Artificial_C1	Artificial_C2		
Basis	C(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X2	0	0.0000	1.0000	0.0000	-0.5556	0.4444	0	0.6667	0.5556	-0.4444	2.2222	
X1	0	1.0000	0.0000	0.0000	0.4444	-0.5556	0	-0.3333	-0.4444	0.5556	2.2222	
Slack_C3	0	0	0	0.0000	0.1111	0.1111	1.0000	-3.3333	-0.1111	-0.1111	25.5556	
X3	1.0000	0	0	1.0000	0	0	0	1.0000	0	0	1.0000	
	C(j)-Z(j)	0	0	0	0	0	0	-1.0000	0	0	1.0000	
	* Big M	0	0	0	0	0	0	0	-1.0000	-1.0000	0	

التكرار(4):

كانت نتائج الحل الأمثل النهائي للنموذج في المعادلة (26) كما في الجدول الآتي:

الجدول(1) الحل الأمثل النهائي للنموذج في المعادلة (26)



	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	2.2222	0	0	0	basic	0	0
2	X2	2.2222	0	0	0	basic	0	0
3	X3	1.0000	1.0000	1.0000	0	basic	0	M
	Objective	Function	(Max.) =	1.0000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	-18.0000	<=	-18.0000	0	0	-23.0000	-14.0000
2	C2	-19.0000	<=	-19.0000	0	0	-24.0000	-15.0000
3	C3	7.4444	<=	33.0000	25.5556	0	7.4444	M
4	C4	1.0000	<=	1.0000	0	1.0000	0	7.6667

وبعد تطبيق المرحلة الثانية بتمثيل مسألة البرمجة التربيعية بدلالة المعلمة λ والمتمثلة بالاتي:

$$
\begin{aligned}
&Min\,Z = c^T x + \frac{1}{2} x^T Q\, x + P_0 x_{n+1} \\
&\quad s.t \\
&\qquad A_i\, x - P_i x_{n+1} \ge b_i + P_i \quad (i = 1,2) \\
&\qquad A_i\, x + P_i x_{n+1} \le b_i + P_i \quad (i = 3) \qquad ..\,(17a) \\
&\qquad x_{n+1} \le 1 \\
&\qquad x_{n+1} \ge \lambda \\
&\qquad x \ge 0
\end{aligned}
$$

يتم البدء بـ $\lambda_0 = c^T x_0 = 1$ وبتناقص المعلمة التي اقترحها (Van De) يتم الحصول على النموذج الموضح في المعادلة (27) والذي يمثل نموذج برمجة تربيعية :

$$
\begin{aligned}
&Min\,Z = 2x_1 + x_2 + 4x_1^{\,2} + 4x_1 x_2 + 2x_2^{\,2} + 2.12x_3 \\
&\quad s.t \\
&\quad 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 \ge 18 \\
&\quad 5x_1 + 4x_2 - x_3 \ge 19 \qquad\qquad ..(27) \\
&\quad x_1 + x_2 + 3x_3 \le 33 \\
&\quad x_3 \le 1 \\
&\quad x_3 \ge \lambda = 1 \\
&\quad x_1, x_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

9- طرائق حل مسألة البرمجة التربيعية

1- أنظمة كوهن توكر (KKT):

بإتباع تلك الشروط وتطبيقها على النموذج فان الحل الأمثل لمسألة البرمجة التربيعية سيكون مساويا الى

$$x_1^* = 0.99$$
$$x_2^* = 3.73$$
$$x_3^* = 0.86$$

وان:

$$Q = \begin{bmatrix} 8 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad , A = \begin{bmatrix} -4 & -5 & 2 \\ -5 & -4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} -18 \\ -19 \\ 33 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad , c = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2.12 \end{bmatrix}$$

وبعد تعويض قيم كل من x_1^* و x_2^* و x_3^* بدالة الهدف والمتمثلة بالنموذج الموضح في المعادلة (27) فان قيمة الحد الأدنى لدالة الهدف ستكون مساوية الى 54.

وحسب الشروط الخاصة بأنظمة كوهن توكر(KKT) بعد كتابتها بالشكل الآتي:

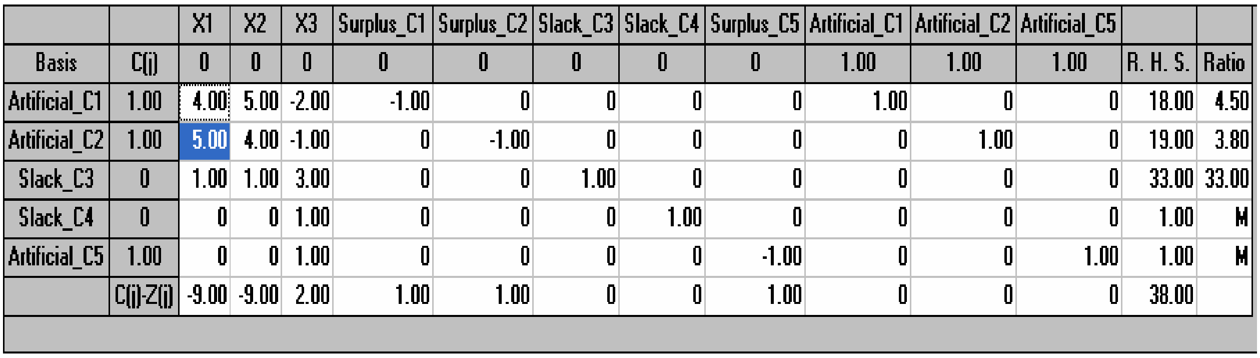
$$\begin{aligned}
8x_1 + 4x_2 - 4m_1 - 5m_2 + m_3 - y_1 &= -2 \\
4x_1 + 4x_2 - 5m_1 - 4m_2 + m_3 \qquad - y_2 &= -1 \\
2m_1 + m_2 + 3m_3 \qquad - y_3 &= -2.12 \\
-4x1 - 5x2 + 2x3 \qquad + v1 &= -18 \\
-5x1 - 4x2 + x_3 \qquad + v2 &= -19 \\
x1 + x2 + 3x_3 \qquad + v3 &= 33
\end{aligned}$$

2- باستخدام البرنامج الحاسوبي (WINQSB):

وبتطبيق المرحلة الأولى لطريقة Van De وحل النموذج الخطي الناتج وفق الخطوات الخاصة بحل أية مسألة خطية وبعد أربعة تكرارات وكما موضح بالاتي:

التكرار(1)

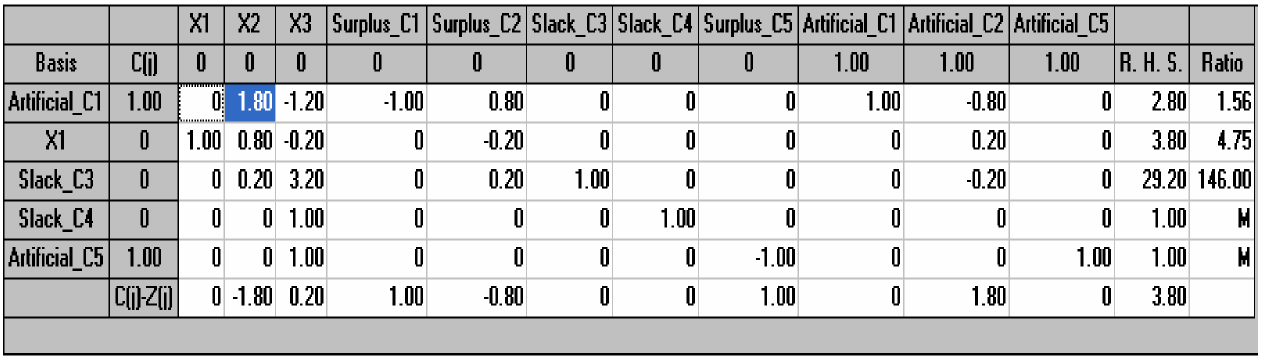
P11



		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Surplus_C5	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C5		
Basis	C(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	1.00	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	1.00	4.00	5.00	-2.00	-1.00	0	0	0	0	1.00	0	0	18.00	4.50
Artificial_C2	1.00	5.00	4.00	-1.00	0	-1.00	0	0	0	0	1.00	0	19.00	3.80
Slack_C3	0	1.00	1.00	3.00	0	0	1.00	0	0	0	0	0	33.00	33.00
Slack_C4	0	0	0	1.00	0	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	M
Artificial_C5	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	1.00	M
	C(j)-Z(j)	-9.00	-9.00	2.00	1.00	1.00	0	0	1.00	0	0	0	38.00	

التكرار(2)

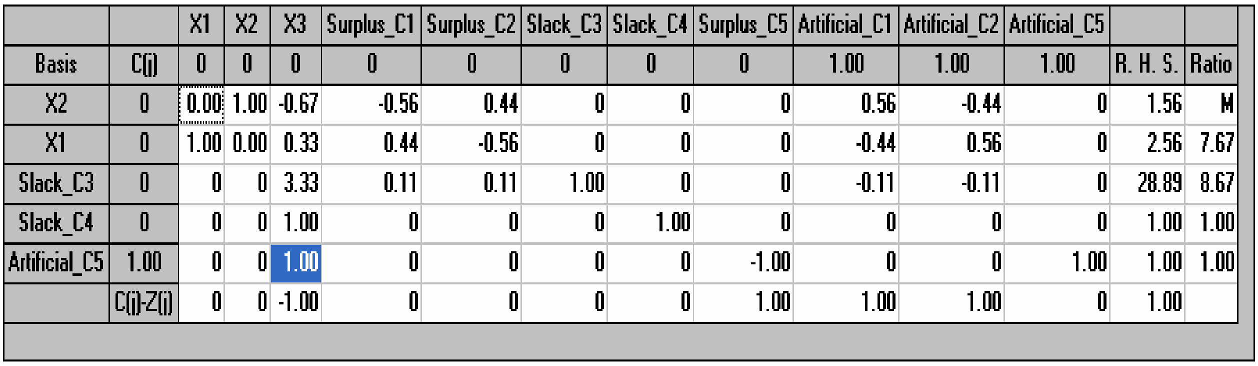
P12



		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Surplus_C5	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C5		
Basis	C(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	1.00	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	1.00	0	1.80	-1.20	-1.00	0.80	0	0	0	1.00	-0.80	0	2.80	1.56
X1	0	1.00	0.80	-0.20	0	-0.20	0	0	0	0	0.20	0	3.80	4.75
Slack_C3	0	0	0.20	3.20	0	0.20	1.00	0	0	0	-0.20	0	29.20	146.00
Slack_C4	0	0	0	1.00	0	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	M
Artificial_C5	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	1.00	M
	C(j)-Z(j)	0	-1.80	0.20	1.00	-0.80	0	0	1.00	0	1.80	0	3.80	

التكرار(3)

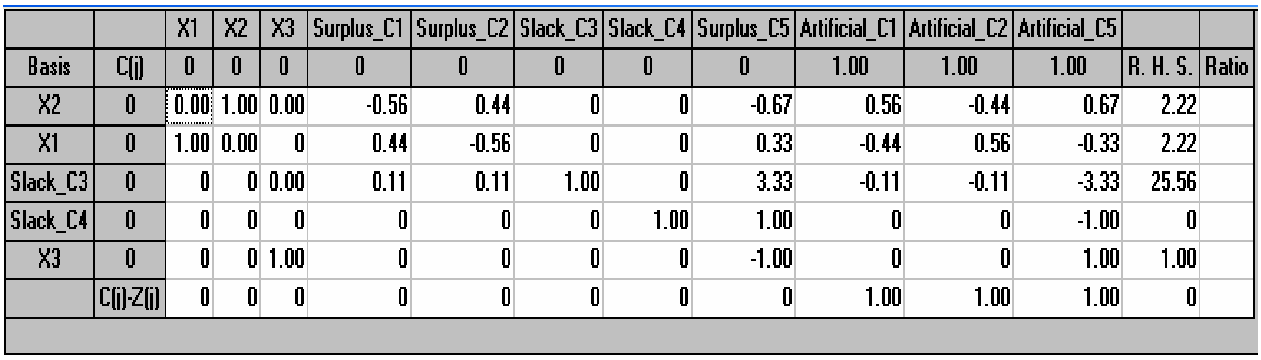
P13



		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Surplus_C5	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C5		
Basis	C(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	1.00	R. H. S.	Ratio
X2	0	0.00	1.00	-0.67	-0.56	0.44	0	0	0	0.56	-0.44	0	1.56	M
X1	0	1.00	0.00	0.33	0.44	-0.56	0	0	0	-0.44	0.56	0	2.56	7.67
Slack_C3	0	0	0	3.33	0.11	0.11	1.00	0	0	-0.11	-0.11	0	28.89	8.67
Slack_C4	0	0	0	1.00	0	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	1.00
Artificial_C5	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	1.00	1.00
	C(j)-Z(j)	0	0	-1.00	0	0	0	0	1.00	1.00	1.00	0	1.00	

التكرار(4)

P14



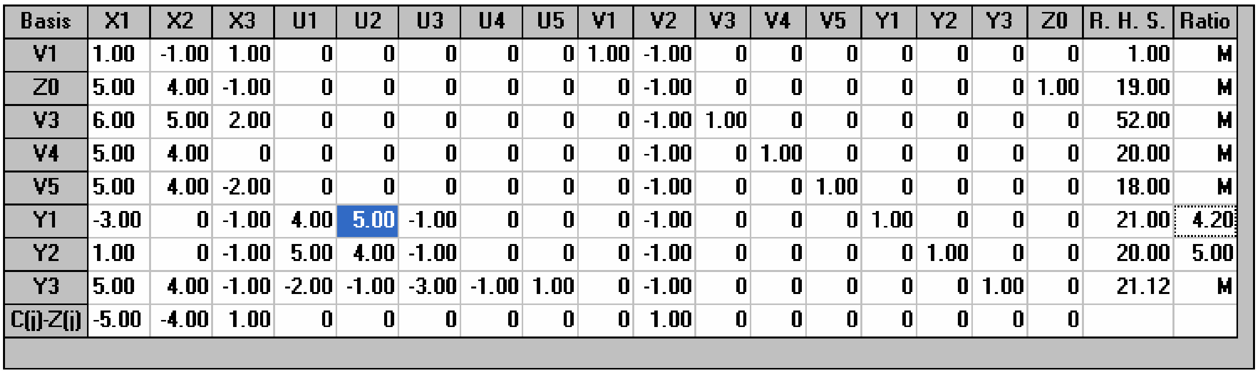
		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Surplus_C5	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C5		
Basis	C(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	1.00	R. H. S.	Ratio
X2	0	0.00	1.00	0.00	-0.56	0.44	0	0	-0.67	0.56	-0.44	0.67	2.22	
X1	0	1.00	0.00	0	0.44	-0.56	0	0	0.33	-0.44	0.56	-0.33	2.22	
Slack_C3	0	0	0	0.00	0.11	0.11	1.00	0	3.33	-0.11	-0.11	-3.33	25.56	
Slack_C4	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	0	0	-1.00	0	
X3	0	0	0	1.00	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	1.00	
	C(j)-Z(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	1.00	0	

يتم الحصول على قيم كل من $x_1^* = 2.22$ و $x_2^* = 2.22$ و $x_3^* = 1$.

وتطبيق المرحلة الثانية لطريقة Van De وبعد سبعة تكرارات يتم التوصل إلى قيم الحل الأمثل والممثلة بالتكرارات الآتية:

التكرار(1)

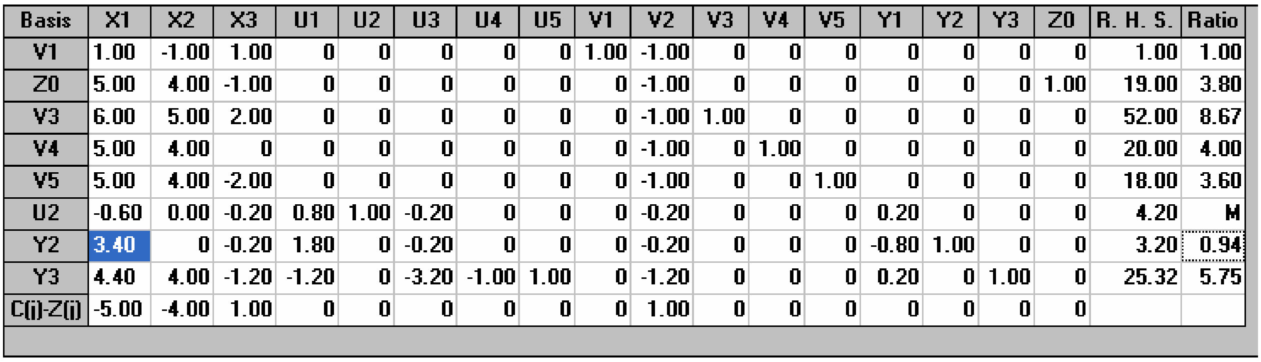
P24



Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
V1	1.00	-1.00	1.00	0	0	0	0	0	1.00	-1.00	0	0	0	0	0	0	0	1.00	M
Z0	5.00	4.00	-1.00	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	0	0	0	0	1.00	19.00	M
V3	6.00	5.00	2.00	0	0	0	0	0	0	-1.00	1.00	0	0	0	0	0	0	52.00	M
V4	5.00	4.00	0	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	1.00	0	0	0	0	0	20.00	M
V5	5.00	4.00	-2.00	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	18.00	M
Y1	-3.00	0	-1.00	4.00	5.00	-1.00	0	0	0	-1.00	0	0	0	1.00	0	0	0	21.00	4.20
Y2	1.00	0	-1.00	5.00	4.00	-1.00	0	0	0	-1.00	0	0	0	0	1.00	0	0	20.00	5.00
Y3	5.00	4.00	-1.00	-2.00	-1.00	-3.00	-1.00	1.00	0	-1.00	0	0	0	0	0	1.00	0	21.12	M
C(j)-Z(j)	-5.00	-4.00	1.00	0	0	0	0	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0		

التكرار(2)

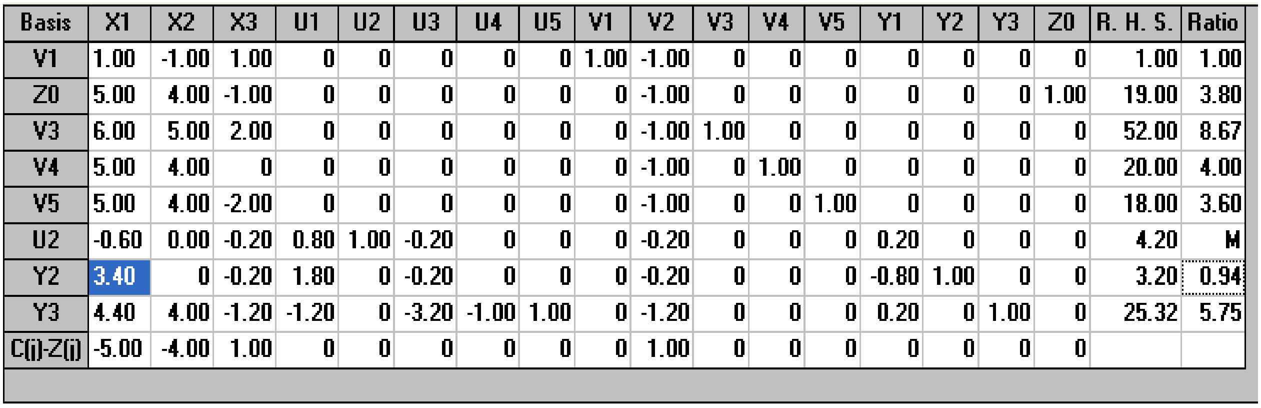
P25



Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
V1	1.00	-1.00	1.00	0	0	0	0	0	1.00	-1.00	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00
Z0	5.00	4.00	-1.00	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	0	0	0	0	1.00	19.00	3.80
V3	6.00	5.00	2.00	0	0	0	0	0	0	-1.00	1.00	0	0	0	0	0	0	52.00	8.67
V4	5.00	4.00	0	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	1.00	0	0	0	0	0	20.00	4.00
V5	5.00	4.00	-2.00	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	18.00	3.60
U2	-0.60	0.00	-0.20	0.80	1.00	-0.20	0	0	0	-0.20	0	0	0	0.20	0	0	0	4.20	M
Y2	3.40	0	-0.20	1.80	0	-0.20	0	0	0	-0.20	0	0	0	-0.80	1.00	0	0	3.20	0.94
Y3	4.40	4.00	-1.20	-1.20	0	-3.20	-1.00	1.00	0	-1.20	0	0	0	0.20	0	1.00	0	25.32	5.75
C(j)-Z(j)	-5.00	-4.00	1.00	0	0	0	0	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0		

التكرار(3)

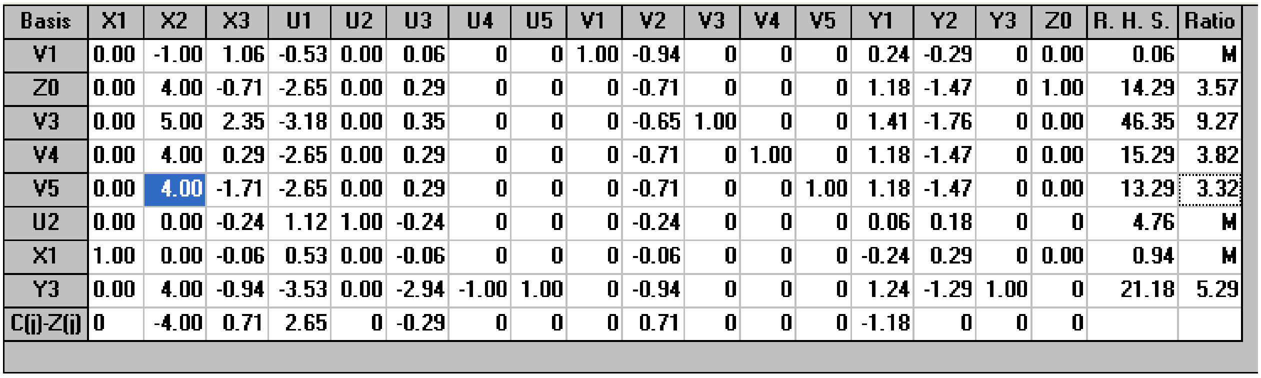
P26



Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
V1	1.00	-1.00	1.00	0	0	0	0	0	1.00	-1.00	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00
Z0	5.00	4.00	-1.00	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	0	0	0	0	1.00	19.00	3.80
V3	6.00	5.00	2.00	0	0	0	0	0	0	-1.00	1.00	0	0	0	0	0	0	52.00	8.67
V4	5.00	4.00	0	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	1.00	0	0	0	0	0	20.00	4.00
V5	5.00	4.00	-2.00	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	18.00	3.60
U2	-0.60	0.00	-0.20	0.80	1.00	-0.20	0	0	0	-0.20	0	0	0	0.20	0	0	0	4.20	M
Y2	3.40	0	-0.20	1.80	0	-0.20	0	0	0	-0.20	0	0	0	-0.80	1.00	0	0	3.20	0.94
Y3	4.40	4.00	-1.20	-1.20	0	-3.20	-1.00	1.00	0	-1.20	0	0	0	0.20	0	1.00	0	25.32	5.75
C(j)-Z(j)	-5.00	-4.00	1.00	0	0	0	0	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0		

التكرار(4)

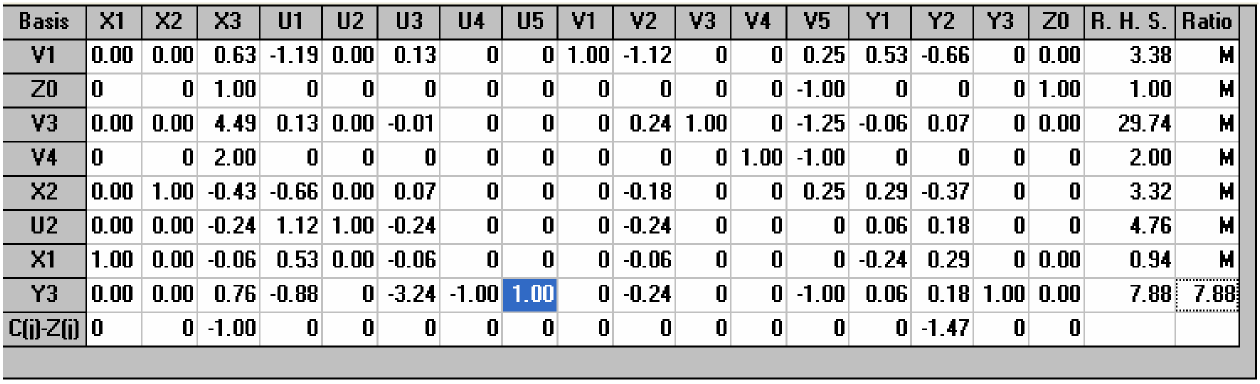
P27



Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
V1	0.00	-1.00	1.06	-0.53	0.00	0.06	0	0	1.00	-0.94	0	0	0	0.24	-0.29	0	0.00	0.06	M
Z0	0.00	4.00	-0.71	-2.65	0.00	0.29	0	0	0	-0.71	0	0	0	1.18	-1.47	0	1.00	14.29	3.57
V3	0.00	5.00	2.35	-3.18	0.00	0.35	0	0	0	-0.65	1.00	0	0	1.41	-1.76	0	0.00	46.35	9.27
V4	0.00	4.00	0.29	-2.65	0.00	0.29	0	0	0	-0.71	0	1.00	0	1.18	-1.47	0	0.00	15.29	3.82
V5	0.00	4.00	-1.71	-2.65	0.00	0.29	0	0	0	-0.71	0	0	1.00	1.18	-1.47	0	0.00	13.29	3.32
U2	0.00	0.00	-0.24	1.12	1.00	-0.24	0	0	0	-0.24	0	0	0	0.06	0.18	0	0	4.76	M
X1	1.00	0.00	-0.06	0.53	0.00	-0.06	0	0	0	-0.06	0	0	0	-0.24	0.29	0	0.00	0.94	M
Y3	0.00	4.00	-0.94	-3.53	0.00	-2.94	-1.00	1.00	0	-0.94	0	0	0	1.24	-1.29	1.00	0	21.18	5.29
C(j)-Z(j)	0	-4.00	0.71	2.65	0	-0.29	0	0	0	0.71	0	0	0	-1.18	0	0	0		

التكرار(5)

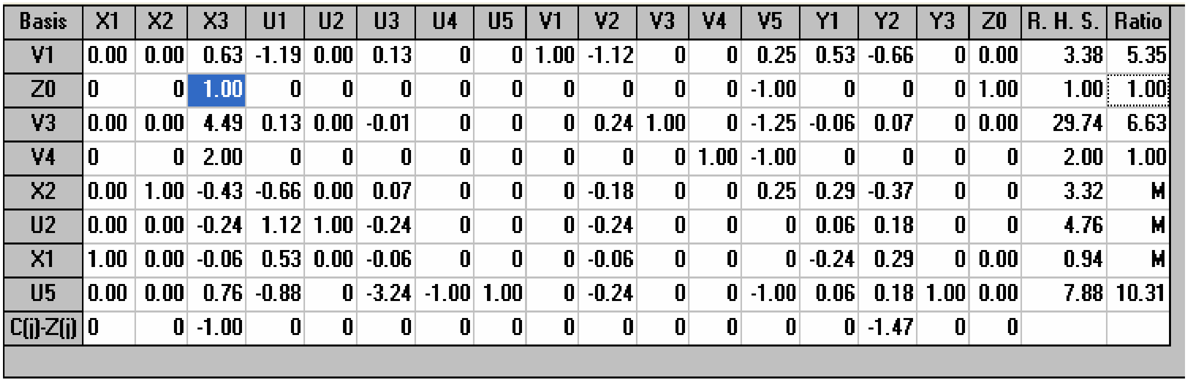
P28



Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
V1	0.00	0.00	0.63	-1.19	0.00	0.13	0	0	1.00	-1.12	0	0	0.25	0.53	-0.66	0	0.00	3.38	M
Z0	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	0	1.00	1.00	M
V3	0.00	0.00	4.49	0.13	0.00	-0.01	0	0	0	0.24	1.00	0	-1.25	-0.06	0.07	0	0.00	29.74	M
V4	0	0	2.00	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	-1.00	0	0	0	0	2.00	M
X2	0.00	1.00	-0.43	-0.66	0.00	0.07	0	0	0	-0.18	0	0	0.25	0.29	-0.37	0	0	3.32	M
U2	0.00	0.00	-0.24	1.12	1.00	-0.24	0	0	0	-0.24	0	0	0	0.06	0.18	0	0	4.76	M
X1	1.00	0.00	-0.06	0.53	0.00	-0.06	0	0	0	-0.06	0	0	0	-0.24	0.29	0	0.00	0.94	M
Y3	0.00	0.00	0.76	-0.88	0	-3.24	-1.00	1.00	0	-0.24	0	0	-1.00	0.06	0.18	1.00	0.00	7.88	7.88
C(j)-Z(j)	0	0	-1.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.47	0	0		

التكرار(6)

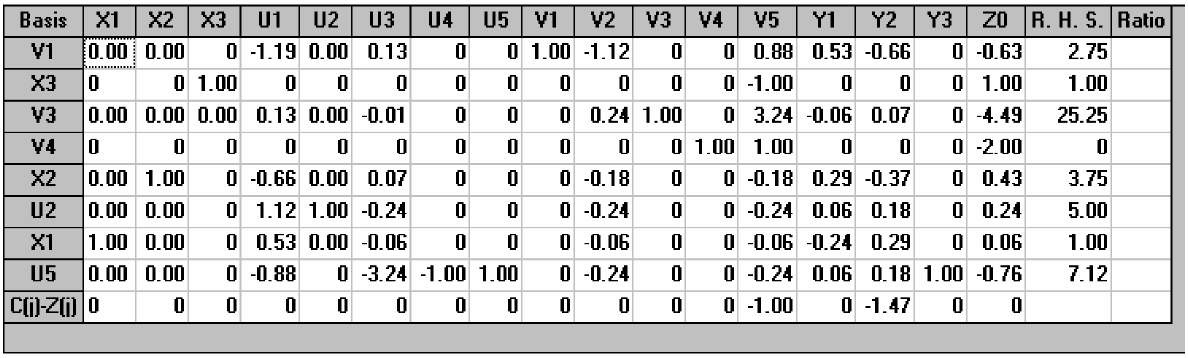
P29



Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
V1	0.00	0.00	0.63	-1.19	0.00	0.13	0	0	1.00	-1.12	0	0	0.25	0.53	-0.66	0	0.00	3.38	5.35
Z0	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	0	1.00	1.00	1.00
V3	0.00	0.00	4.49	0.13	0.00	-0.01	0	0	0	0.24	1.00	0	-1.25	-0.06	0.07	0	0.00	29.74	6.63
V4	0	0	2.00	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	-1.00	0	0	0	0	2.00	1.00
X2	0.00	1.00	-0.43	-0.66	0.00	0.07	0	0	0	-0.18	0	0	0.25	0.29	-0.37	0	0	3.32	M
U2	0.00	0.00	-0.24	1.12	1.00	-0.24	0	0	0	-0.24	0	0	0	0.06	0.18	0	0	4.76	M
X1	1.00	0.00	-0.06	0.53	0.00	-0.06	0	0	0	-0.06	0	0	0	-0.24	0.29	0	0.00	0.94	M
U5	0.00	0.00	0.76	-0.88	0	-3.24	-1.00	1.00	0	-0.24	0	0	-1.00	0.06	0.18	1.00	0.00	7.88	10.31
C(j)-Z(j)	0	0	-1.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.47	0	0		

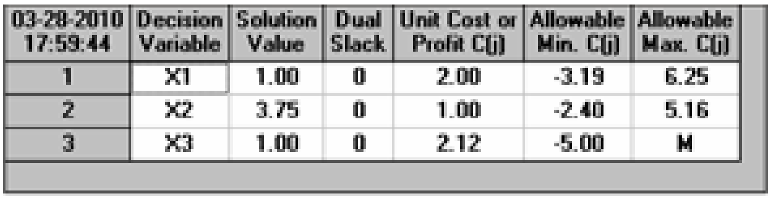
التكرار(7)

P2-10



Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
V1	0.00	0.00	0	-1.19	0.00	0.13	0	0	1.00	-1.12	0	0	0.88	0.53	-0.66	0	-0.63	2.75	
X3	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	0	1.00	1.00	
V3	0.00	0.00	0.00	0.13	0.00	-0.01	0	0	0	0.24	1.00	0	3.24	-0.06	0.07	0	-4.49	25.25	
V4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	0	0	0	-2.00	0	
X2	0.00	1.00	0	-0.66	0.00	0.07	0	0	0	-0.18	0	0	-0.18	0.29	-0.37	0	0.43	3.75	
U2	0.00	0.00	0	1.12	1.00	-0.24	0	0	0	-0.24	0	0	-0.24	0.06	0.18	0	0.24	5.00	
X1	1.00	0.00	0	0.53	0.00	-0.06	0	0	0	-0.06	0	0	-0.06	-0.24	0.29	0	0.06	1.00	
U5	0.00	0.00	0	-0.88	0	-3.24	-1.00	1.00	0	-0.24	0	0	-0.24	0.06	0.18	1.00	-0.76	7.12	
C(j)-Z(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	-1.47	0	0		

Sensitivity Analysis of the OBJ Coefficients For Problem

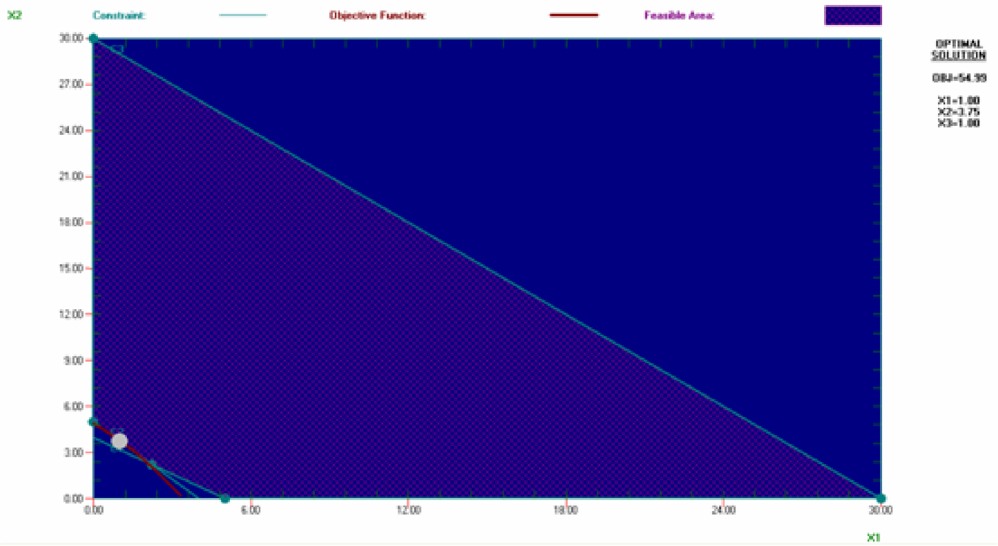


03-28-2010 17:59:44	Decision Variable	Solution Value	Dual Slack	Unit Cost or Profit C(j)	Allowable Min. C(j)	Allowable Max. C(j)
1	X1	1.00	0	2.00	-3.19	6.25
2	X2	3.75	0	1.00	-2.40	5.16
3	X3	1.00	0	2.12	-5.00	M

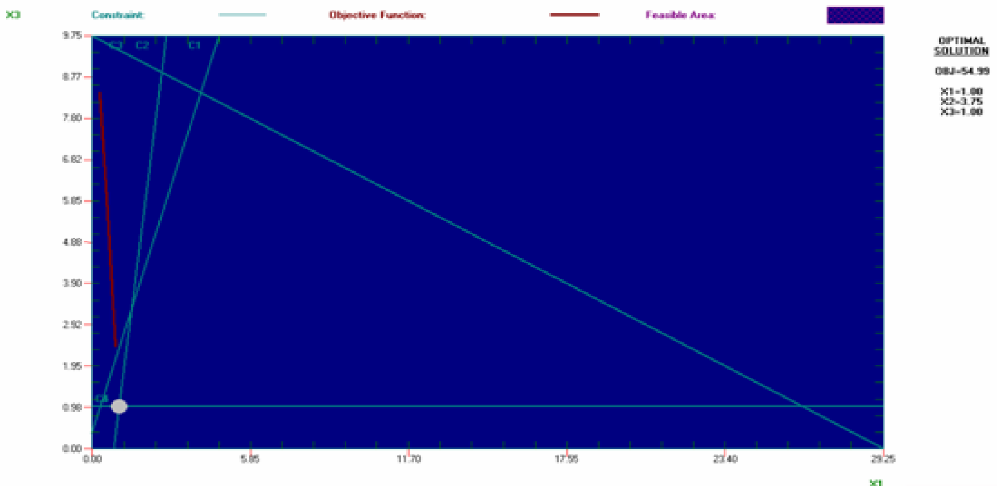
Sensitivity Analysis of the Right-Hand-Sides For Problem

03-28-2010 18:01:20	Constraint	Direction	Shadow Price	Right Hand Side	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	<=	0	-18.00	-20.75	M
2	C2	<=	5.00	-19.00	-126.31	-16.54
3	C3	<=	0	33.00	7.75	M
4	C4	<=	0	1.00	1.00	M
5	C5	<=	7.12	-1.00	-1.00	0

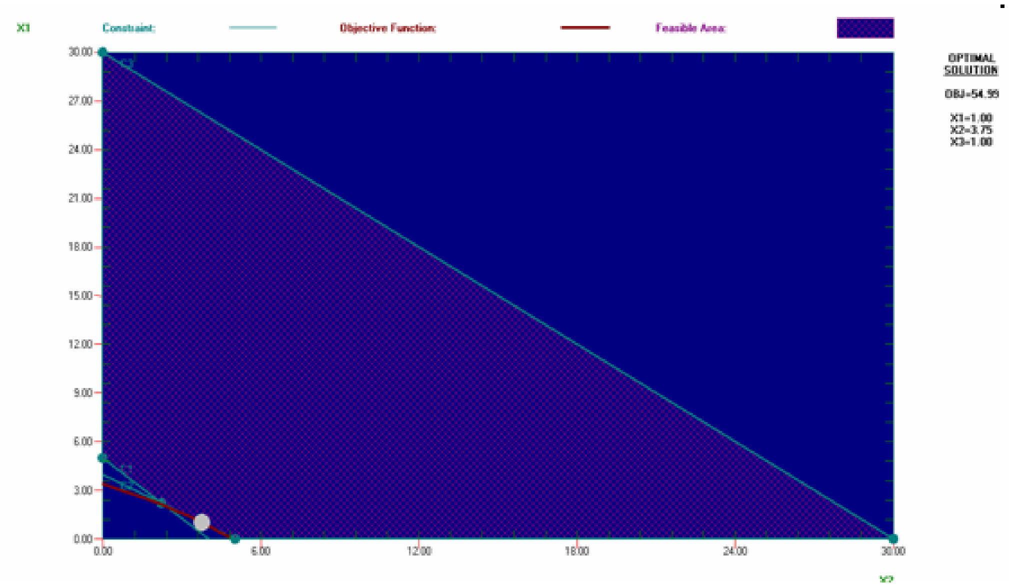
الاشكال(1-6) تبين العلاقة مابين المتغيرات الثلاثة



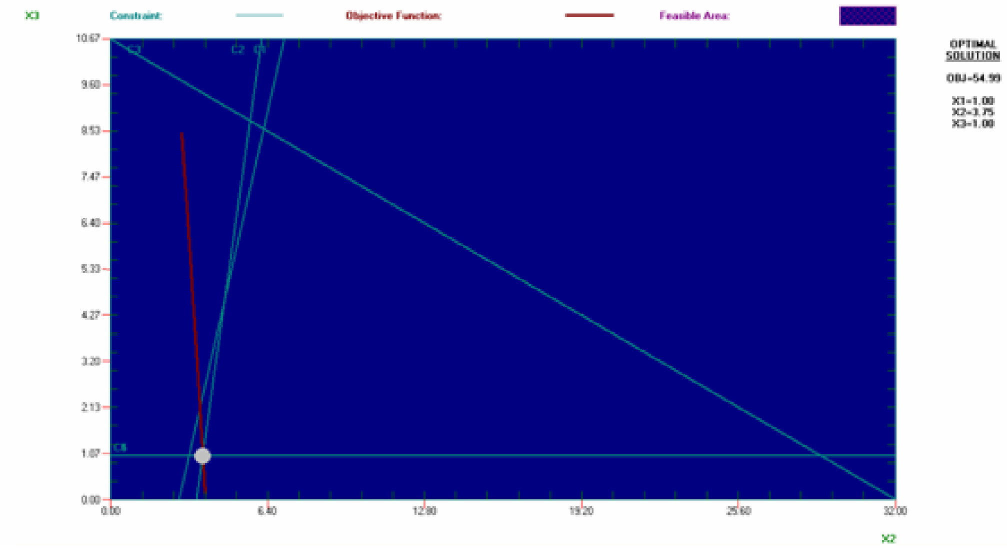
(1)



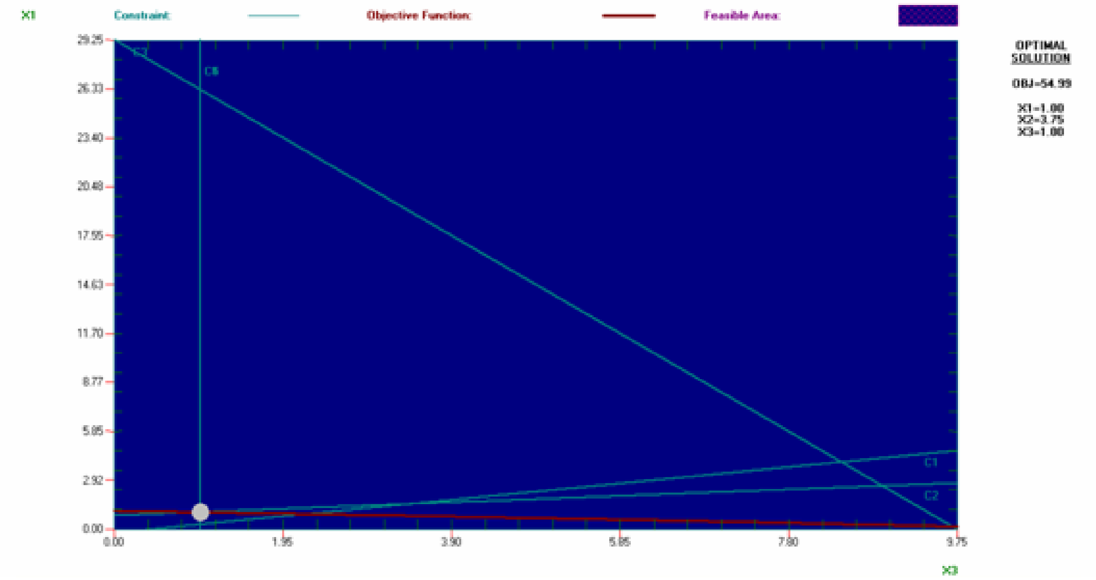
(2)


X1
Constraint:
Objective Function:
Feasible Area:
30.00
27.00
24.00
21.00
18.00
15.00
12.00
9.00
6.00
3.00
0.00
0.00
6.00
12.00
18.00
24.00
30.00
X2
C1
C2
C3
OPTIMAL SOLUTION
OBJ=54.99
X1=1.00
X2=3.75
X3=1.00

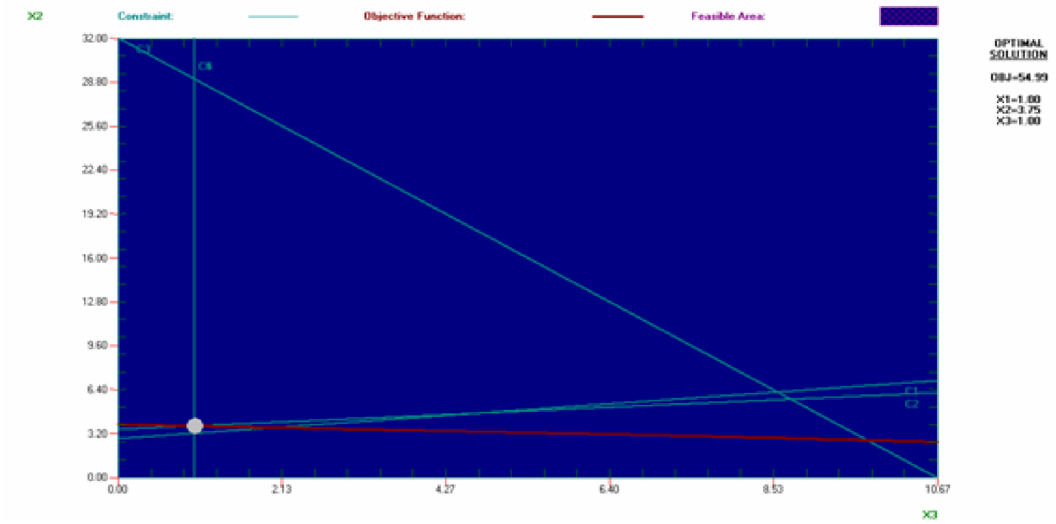
(3)


X3
Constraint:
Objective Function:
Feasible Area:
10.67
9.60
8.53
7.47
6.40
5.33
4.27
3.20
2.13
1.07
0.00
0.00
6.40
12.80
19.20
25.60
32.00
X2
C2
C3
C5
C6
OPTIMAL SOLUTION
OBJ=54.99
X1=1.00
X2=3.75
X3=1.00

(4)

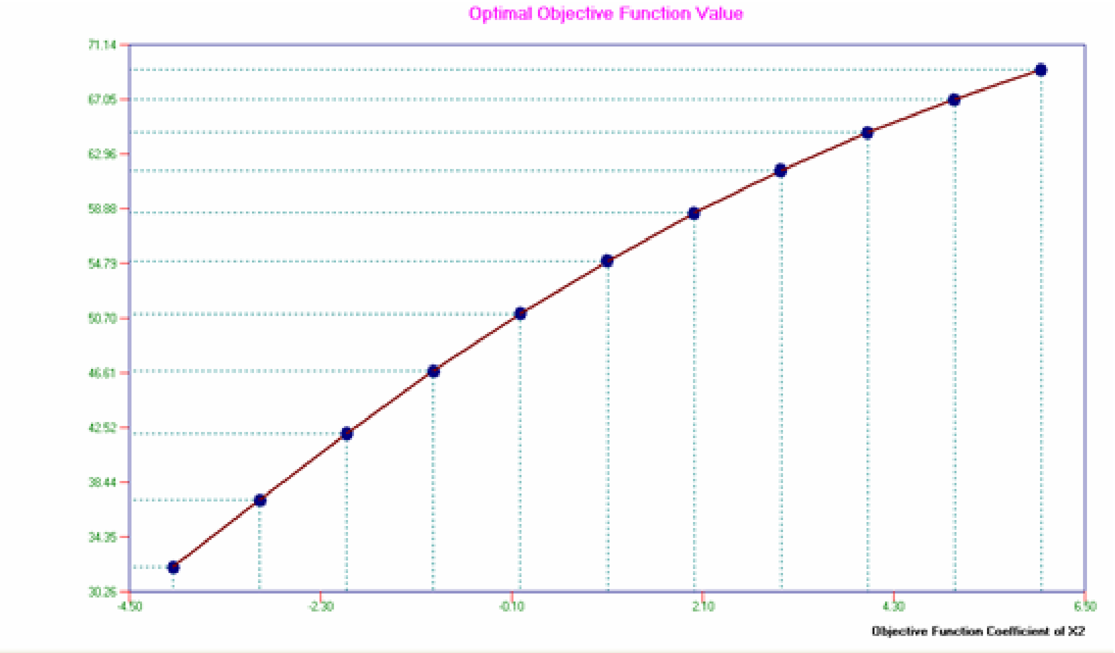


(5)



(6)

Graphic Parametric Analysis For Problem



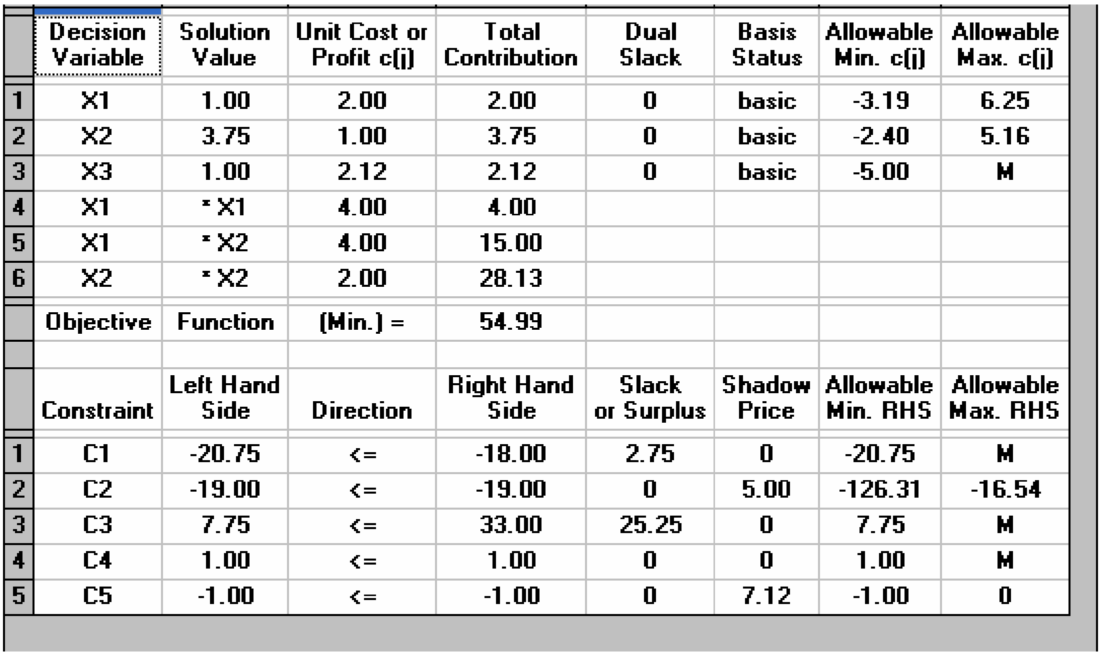
الشكل(7) تحليل معلمات النموذج

إذ تم التوصل إلى الجدول المبسط النهائي للسمبلكس والذي يمثل الحل الأمثل لمسألة البرمجة التربيعية المتمثلة بالنموذج الموضح في المعادلة (27) إذ إن

$x_1^* = 1$ و $x_2^* = 3.75$ و $x_3^* = 1$

وبعد تعويض القيم المثلى في دالة الهدف فان قيمة الحد الأدنى الحقيقي لدالة الهدف ستكون مساوية الى54.99 وكما موضح الجدول (2) وهو جدول السمبلكس النهائي الآتي:

الجدول(2):جدول السمبلكس النهائي



	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Dual Slack	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	1.00	2.00	2.00	0	basic	-3.19	6.25
2	X2	3.75	1.00	3.75	0	basic	-2.40	5.16
3	X3	1.00	2.12	2.12	0	basic	-5.00	M
4	X1	* X1	4.00	4.00				
5	X1	* X2	4.00	15.00				
6	X2	* X2	2.00	28.13				
	Objective	Function	(Min.) =	54.99				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	-20.75	<=	-18.00	2.75	0	-20.75	M
2	C2	-19.00	<=	-19.00	0	5.00	-126.31	-16.54
3	C3	7.75	<=	33.00	25.25	0	7.75	M
4	C4	1.00	<=	1.00	0	0	1.00	M
5	C5	-1.00	<=	-1.00	0	7.12	-1.00	0

ولأن قيمة الحد الأدنى الحقيقي لدالة الهدف ستكون مساوية الى 54.99 وبعد تحقق القيد التربيعي الآتي:

$$2x_1 + x_2 + 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 + 2.12x_3 \le 54.99$$

لهذا السبب وبسبب تحقق الشرط السابق فان الحل لمسألة البرمجة التربيعية المضببة والمتمثلة بالنموذج الموضح في المعادلة (23) هو حل أمثل.

b : بفرض أن القيم الافتراضية مساوية لـ $P_0=2$,$P_1=3$,$P_2=1$,$P_3=4$ فأن النماذج المتكونة كما مبين أدناه:

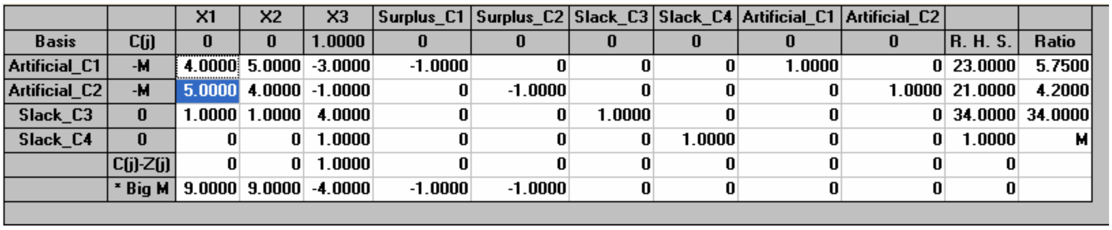
$$2x_1 + x_2 + 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 \le 63.78$$
$$4x_1 + 5x_2 \ge 20$$
$$5x_1 + 4x_2 \ge 20$$
$$x_1 + x_2 \le 30$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

$$
\begin{aligned}
&MaxZ = x_3\\
&\quad s.t\\
&\quad 2x_1 + x_2 + 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 + 2x_3 \le 65.78\\
&\quad 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 \ge 18\\
&\quad 5x_1 + 4x_2 - x_3 \ge 19\\
&\quad x_1 + x_2 + 4x_3 \le 33\\
&\quad x_3 \le 1\\
&\quad x_1, x_2, x_3 \ge 0
\end{aligned}
$$

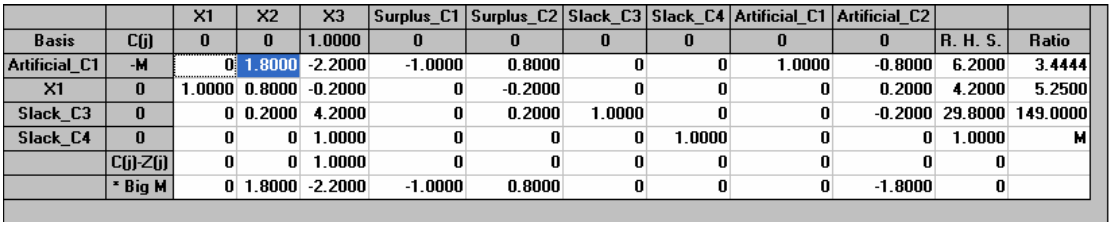
$$
\begin{aligned}
&MaxZ = x_3\\
&\quad s.t\\
&\quad -4x_1 - 5x_2 + 3x_3 \le -23\\
&\quad -5x_1 - 4x_2 + x_3 \le -21\\
&\quad x_1 + x_2 + 4x_3 \le 34\\
&\quad x_3 \le 1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&Min\,Z = 2x_1 + x_2 + 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 + 2x_3\\
&\quad s.t\\
&\quad 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 \ge 23\\
&\quad 5x_1 + 4x_2 - x_3 \ge 21\\
&\quad x_1 + x_2 + 4x_3 \le 34\\
&\quad x_3 \le 1\\
&\quad x_3 \ge \lambda = 1\\
&\quad x_1, x_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

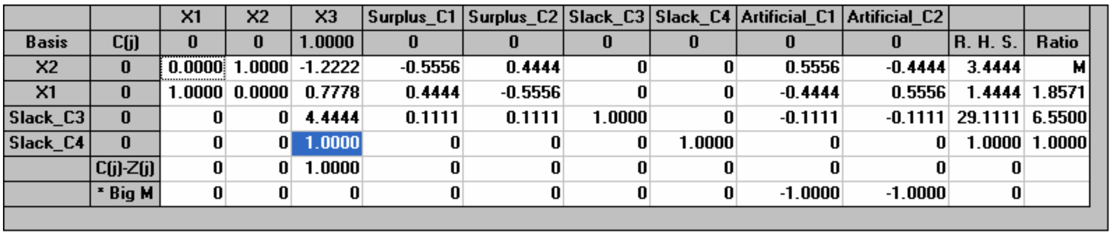
وبعد تطبيق المرحلة الأولى لطريقة Van De وبعد أربعة تكرارات يتم التوصل إلى قيم الحل الأمثل والممثلة بالتكرارات الآتية:



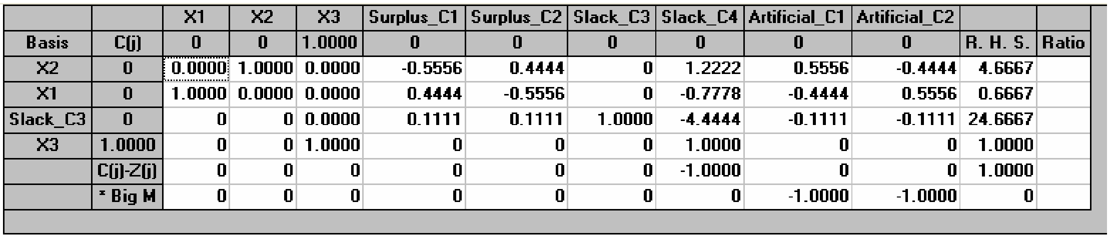
		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Artificial_C1	Artificial_C2		
Basis	C(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	-M	4.0000	5.0000	-3.0000	-1.0000	0	0	0	1.0000	0	23.0000	5.7500
Artificial_C2	-M	5.0000	4.0000	-1.0000	0	-1.0000	0	0	0	1.0000	21.0000	4.2000
Slack_C3	0	1.0000	1.0000	4.0000	0	0	1.0000	0	0	0	34.0000	34.0000
Slack_C4	0	0	0	1.0000	0	0	0	1.0000	0	0	1.0000	M
	C(j)-Z(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	0	
	* Big M	9.0000	9.0000	-4.0000	-1.0000	-1.0000	0	0	0	0	0	



		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Artificial_C1	Artificial_C2		
Basis	C(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	-M	0	1.8000	-2.2000	-1.0000	0.8000	0	0	1.0000	-0.8000	6.2000	3.4444
X1	0	1.0000	0.8000	-0.2000	0	-0.2000	0	0	0	0.2000	4.2000	5.2500
Slack_C3	0	0	0.2000	4.2000	0	0.2000	1.0000	0	0	-0.2000	29.8000	149.0000
Slack_C4	0	0	0	1.0000	0	0	0	1.0000	0	0	1.0000	M
	C(j)-Z(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	0	
	* Big M	0	1.8000	-2.2000	-1.0000	0.8000	0	0	0	-1.8000	0	

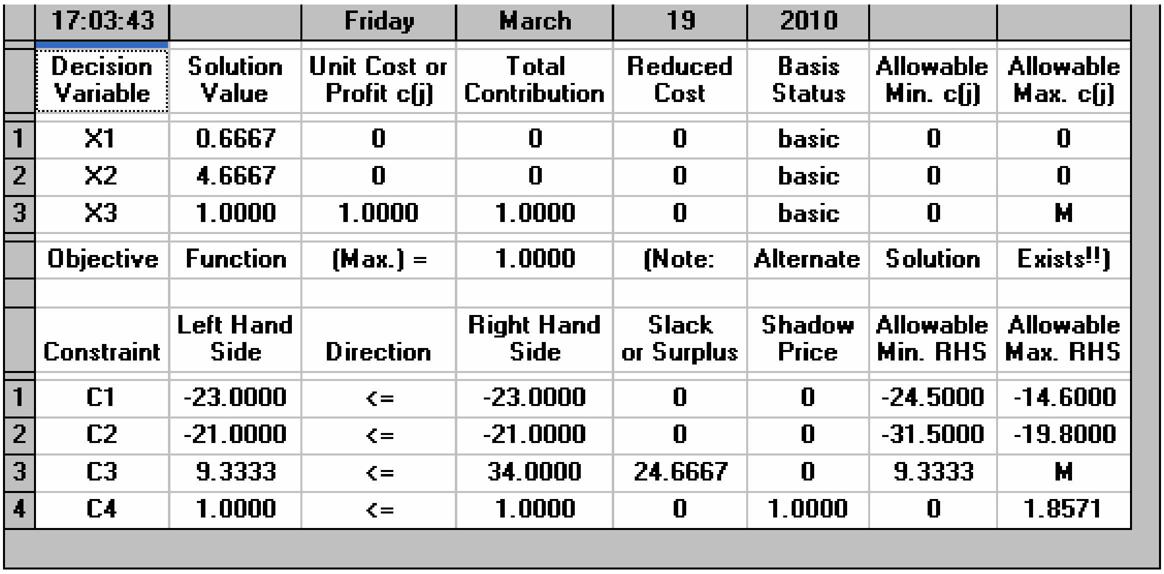


		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Artificial_C1	Artificial_C2		
Basis	C(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X2	0	0.0000	1.0000	-1.2222	-0.5556	0.4444	0	0	0.5556	-0.4444	3.4444	M
X1	0	1.0000	0.0000	0.7778	0.4444	-0.5556	0	0	-0.4444	0.5556	1.4444	1.8571
Slack_C3	0	0	0	4.4444	0.1111	0.1111	1.0000	0	-0.1111	-0.1111	29.1111	6.5500
Slack_C4	0	0	0	1.0000	0	0	0	1.0000	0	0	1.0000	1.0000
	C(j)-Z(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	0	
	* Big M	0	0	0	0	0	0	0	-1.0000	-1.0000	0	



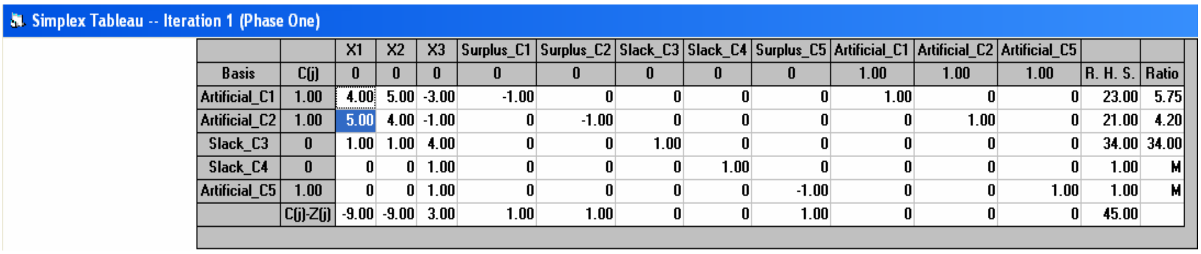
		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Artificial_C1	Artificial_C2		
Basis	C(j)	0	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
X2	0	0.0000	1.0000	0.0000	-0.5556	0.4444	0	1.2222	0.5556	-0.4444	4.6667	
X1	0	1.0000	0.0000	0.0000	0.4444	-0.5556	0	-0.7778	-0.4444	0.5556	0.6667	
Slack_C3	0	0	0	0.0000	0.1111	0.1111	1.0000	-4.4444	-0.1111	-0.1111	24.6667	
X3	1.0000	0	0	1.0000	0	0	0	1.0000	0	0	1.0000	
	C(j)-Z(j)	0	0	0	0	0	0	-1.0000	0	0	1.0000	
	* Big M	0	0	0	0	0	0	0	-1.0000	-1.0000	0	

الجدول(3):جدول السمبلكس النهائي



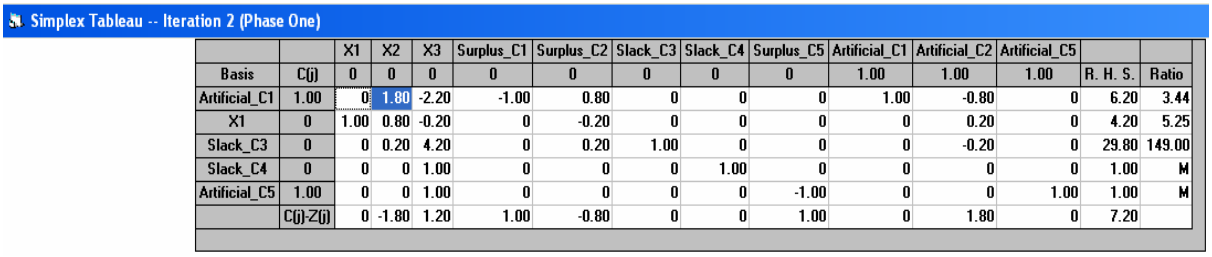
	17:03:43		Friday	March	19	2010		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0.6667	0	0	0	basic	0	0
2	X2	4.6667	0	0	0	basic	0	0
3	X3	1.0000	1.0000	1.0000	0	basic	0	M
	Objective	Function	(Max.) =	1.0000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	-23.0000	<=	-23.0000	0	0	-24.5000	-14.6000
2	C2	-21.0000	<=	-21.0000	0	0	-31.5000	-19.8000
3	C3	9.3333	<=	34.0000	24.6667	0	9.3333	M
4	C4	1.0000	<=	1.0000	0	1.0000	0	1.8571

وبعد تطبيق المرحلة الثانية لطريقة Van De وبعد اثني عشر تكرار يتم التوصل إلى قيم الحل الأمثل والممثلة بالتكرارات الآتية:



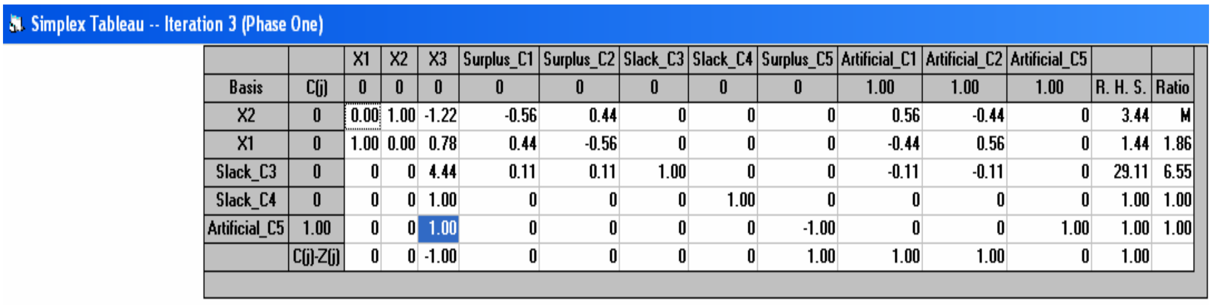
Simplex Tableau -- Iteration 1 (Phase One)

		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Surplus_C5	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C5		
Basis	C(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	1.00	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	1.00	4.00	5.00	-3.00	-1.00	0	0	0	0	1.00	0	0	23.00	5.75
Artificial_C2	1.00	5.00	4.00	-1.00	0	-1.00	0	0	0	0	1.00	0	21.00	4.20
Slack_C3	0	1.00	1.00	4.00	0	0	1.00	0	0	0	0	0	34.00	34.00
Slack_C4	0	0	0	1.00	0	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	M
Artificial_C5	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	1.00	M
	C(j)-Z(j)	-9.00	-9.00	3.00	1.00	1.00	0	0	1.00	0	0	0	45.00	



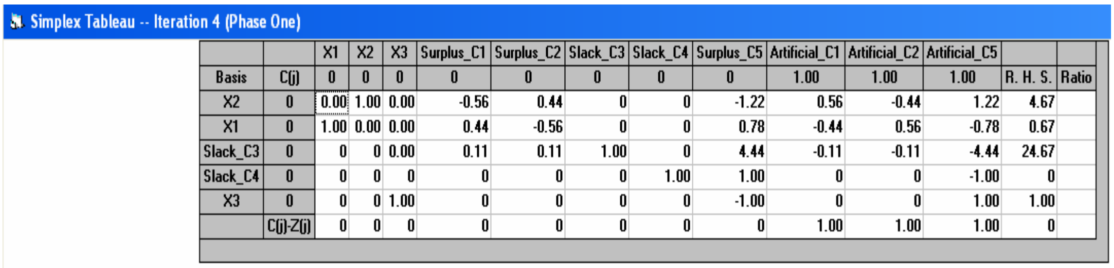
Simplex Tableau -- Iteration 2 (Phase One)

		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Surplus_C5	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C5		
Basis	C(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	1.00	R. H. S.	Ratio
Artificial_C1	1.00	0	1.80	-2.20	-1.00	0.80	0	0	0	1.00	-0.80	0	6.20	3.44
X1	0	1.00	0.80	-0.20	0	-0.20	0	0	0	0	0.20	0	4.20	5.25
Slack_C3	0	0	0.20	4.20	0	0.20	1.00	0	0	0	-0.20	0	29.80	149.00
Slack_C4	0	0	0	1.00	0	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	M
Artificial_C5	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	1.00	M
	C(j)-Z(j)	0	-1.80	1.20	1.00	-0.80	0	0	1.00	0	1.80	0	7.20	



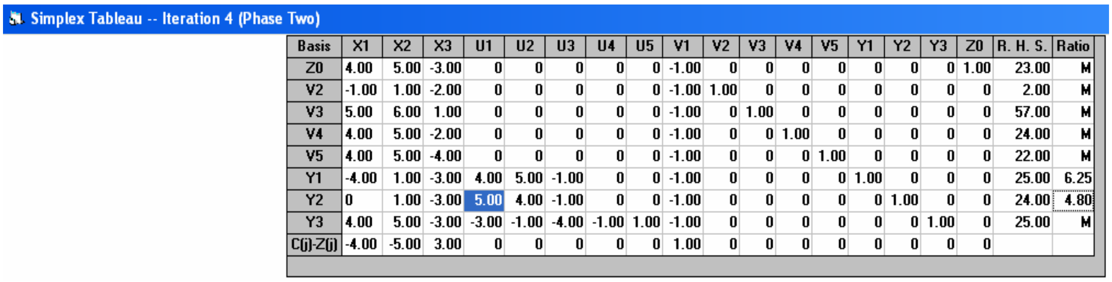
Simplex Tableau -- Iteration 3 (Phase One)

		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Surplus_C5	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C5		
Basis	C(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	1.00	R. H. S.	Ratio
X2	0	0.00	1.00	-1.22	-0.56	0.44	0	0	0	0.56	-0.44	0	3.44	M
X1	0	1.00	0.00	0.78	0.44	-0.56	0	0	0	-0.44	0.56	0	1.44	1.86
Slack_C3	0	0	0	4.44	0.11	0.11	1.00	0	0	-0.11	-0.11	0	29.11	6.55
Slack_C4	0	0	0	1.00	0	0	0	1.00	0	0	0	0	1.00	1.00
Artificial_C5	1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	1.00	1.00
	C(j)-Z(j)	0	0	-1.00	0	0	0	0	1.00	1.00	1.00	0	1.00	



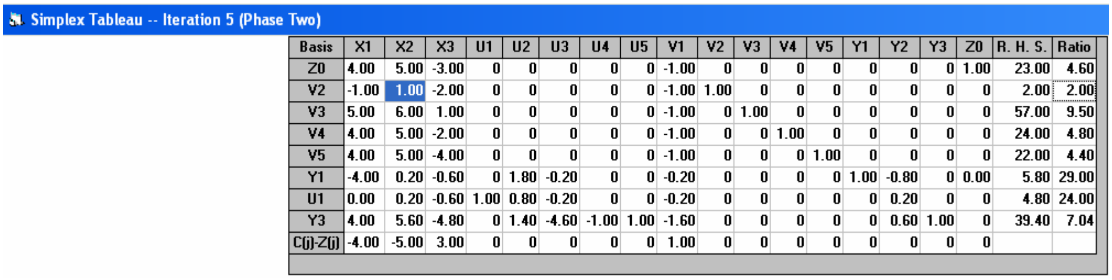
Simplex Tableau -- Iteration 4 (Phase One)

		X1	X2	X3	Surplus_C1	Surplus_C2	Slack_C3	Slack_C4	Surplus_C5	Artificial_C1	Artificial_C2	Artificial_C5		
Basis	C(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	1.00	R. H. S.	Ratio
X2	0	0.00	1.00	0.00	-0.56	0.44	0	0	-1.22	0.56	-0.44	1.22	4.67	
X1	0	1.00	0.00	0.00	0.44	-0.56	0	0	0.78	-0.44	0.56	-0.78	0.67	
Slack_C3	0	0	0	0.00	0.11	0.11	1.00	0	4.44	-0.11	-0.11	-4.44	24.67	
Slack_C4	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	0	0	-1.00	0	
X3	0	0	0	1.00	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	1.00	
	C(j)-Z(j)	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	1.00	0	



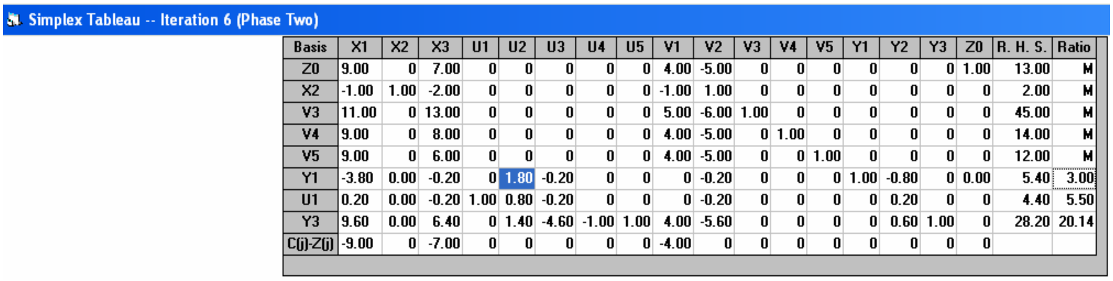
Simplex Tableau -- Iteration 4 (Phase Two)

Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
Z0	4.00	5.00	-3.00	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	0	0	0	0	0	1.00	23.00	M
V2	-1.00	1.00	-2.00	0	0	0	0	0	-1.00	1.00	0	0	0	0	0	0	0	2.00	M
V3	5.00	6.00	1.00	0	0	0	0	0	-1.00	0	1.00	0	0	0	0	0	0	57.00	M
V4	4.00	5.00	-2.00	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	0	24.00	M
V5	4.00	5.00	-4.00	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	0	1.00	0	0	0	0	22.00	M
Y1	-4.00	1.00	-3.00	4.00	5.00	-1.00	0	0	-1.00	0	0	0	0	1.00	0	0	0	25.00	6.25
Y2	0	1.00	-3.00	5.00	4.00	-1.00	0	0	-1.00	0	0	0	0	0	1.00	0	0	24.00	4.80
Y3	4.00	5.00	-3.00	-3.00	-1.00	-4.00	-1.00	1.00	-1.00	0	0	0	0	0	0	1.00	0	25.00	M
C(j)-Z(j)	-4.00	-5.00	3.00	0	0	0	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0	0		



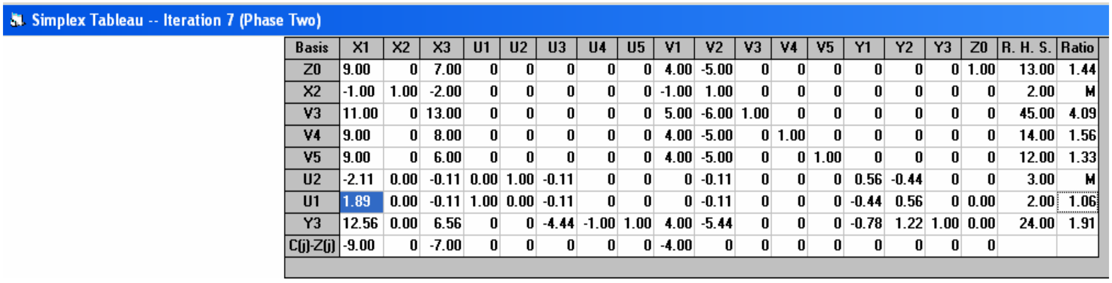
Simplex Tableau -- Iteration 5 (Phase Two)

Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
Z0	4.00	5.00	-3.00	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	0	0	0	0	0	1.00	23.00	4.60
V2	-1.00	1.00	-2.00	0	0	0	0	0	-1.00	1.00	0	0	0	0	0	0	0	2.00	2.00
V3	5.00	6.00	1.00	0	0	0	0	0	-1.00	0	1.00	0	0	0	0	0	0	57.00	9.50
V4	4.00	5.00	-2.00	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	1.00	0	0	0	0	0	24.00	4.80
V5	4.00	5.00	-4.00	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	0	1.00	0	0	0	0	22.00	4.40
Y1	-4.00	0.20	-0.60	0	1.80	-0.20	0	0	-0.20	0	0	0	0	1.00	-0.80	0	0.00	5.80	29.00
U1	0.00	0.20	-0.60	1.00	0.80	-0.20	0	0	-0.20	0	0	0	0	0	0.20	0	0	4.80	24.00
Y3	4.00	5.60	-4.80	0	1.40	-4.60	-1.00	1.00	-1.60	0	0	0	0	0	0.60	1.00	0	39.40	7.04
C(j)-Z(j)	-4.00	-5.00	3.00	0	0	0	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0	0		



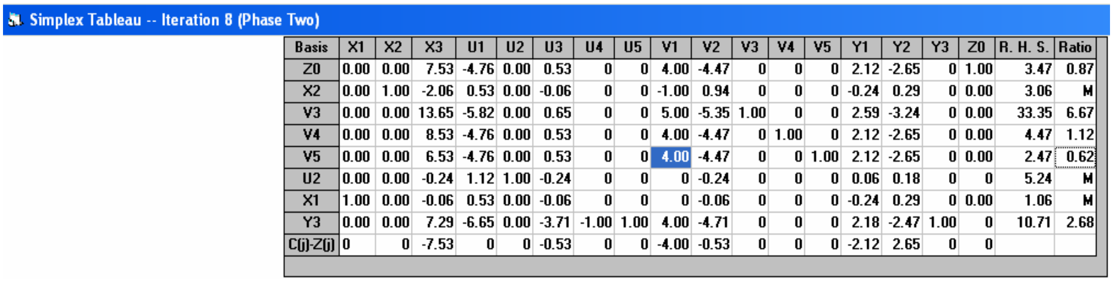
Simplex Tableau -- Iteration 6 (Phase Two)

Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
Z0	9.00	0	7.00	0	0	0	0	0	4.00	-5.00	0	0	0	0	0	0	1.00	13.00	M
X2	-1.00	1.00	-2.00	0	0	0	0	0	-1.00	1.00	0	0	0	0	0	0	0	2.00	M
V3	11.00	0	13.00	0	0	0	0	0	5.00	-6.00	1.00	0	0	0	0	0	0	45.00	M
V4	9.00	0	8.00	0	0	0	0	0	4.00	-5.00	0	1.00	0	0	0	0	0	14.00	M
V5	9.00	0	6.00	0	0	0	0	0	4.00	-5.00	0	0	1.00	0	0	0	0	12.00	M
Y1	-3.80	0.00	-0.20	0	1.80	-0.20	0	0	0	-0.20	0	0	0	1.00	-0.80	0	0.00	5.40	3.00
U1	0.20	0.00	-0.20	1.00	0.80	-0.20	0	0	0	-0.20	0	0	0	0	0.20	0	0	4.40	5.50
Y3	9.60	0.00	6.40	0	1.40	-4.60	-1.00	1.00	4.00	-5.60	0	0	0	0	0.60	1.00	0	28.20	20.14
C(j)-Z(j)	-9.00	0	-7.00	0	0	0	0	0	-4.00	0	0	0	0	0	0	0	0		



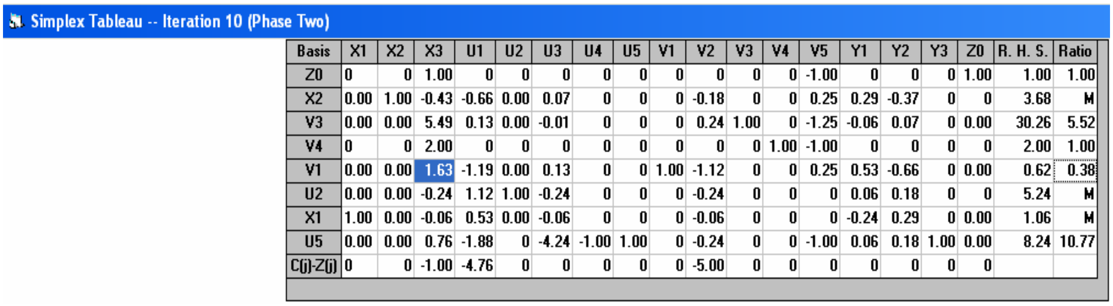
Simplex Tableau -- Iteration 7 (Phase Two)

Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
Z0	9.00	0	7.00	0	0	0	0	0	4.00	-5.00	0	0	0	0	0	0	1.00	13.00	1.44
X2	-1.00	1.00	-2.00	0	0	0	0	0	-1.00	1.00	0	0	0	0	0	0	0	2.00	M
V3	11.00	0	13.00	0	0	0	0	0	5.00	-6.00	1.00	0	0	0	0	0	0	45.00	4.09
V4	9.00	0	8.00	0	0	0	0	0	4.00	-5.00	0	1.00	0	0	0	0	0	14.00	1.56
V5	9.00	0	6.00	0	0	0	0	0	4.00	-5.00	0	0	1.00	0	0	0	0	12.00	1.33
U2	-2.11	0.00	-0.11	0.00	1.00	-0.11	0	0	0	-0.11	0	0	0	0.56	-0.44	0	0	3.00	M
U1	1.89	0.00	-0.11	1.00	0.00	-0.11	0	0	0	-0.11	0	0	0	-0.44	0.56	0	0.00	2.00	1.06
Y3	12.56	0.00	6.56	0	0	-4.44	-1.00	1.00	4.00	-5.44	0	0	0	-0.78	1.22	1.00	0.00	24.00	1.91
C(j)-Z(j)	-9.00	0	-7.00	0	0	0	0	0	-4.00	0	0	0	0	0	0	0	0		



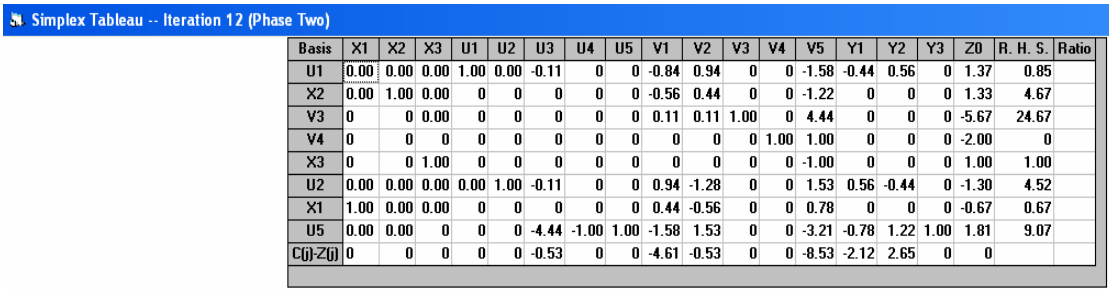
Simplex Tableau -- Iteration 8 (Phase Two)

Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
Z0	0.00	0.00	7.53	-4.76	0.00	0.53	0	0	4.00	-4.47	0	0	0	2.12	-2.65	0	1.00	3.47	0.87
X2	0.00	1.00	-2.06	0.53	0.00	-0.06	0	0	-1.00	0.94	0	0	0	-0.24	0.29	0	0.00	3.06	M
V3	0.00	0.00	13.65	-5.82	0.00	0.65	0	0	5.00	-5.35	1.00	0	0	2.59	-3.24	0	0.00	33.35	6.67
V4	0.00	0.00	8.53	-4.76	0.00	0.53	0	0	4.00	-4.47	0	1.00	0	2.12	-2.65	0	0.00	4.47	1.12
V5	0.00	0.00	6.53	-4.76	0.00	0.53	0	0	4.00	-4.47	0	0	1.00	2.12	-2.65	0	0.00	2.47	0.62
U2	0.00	0.00	-0.24	1.12	1.00	-0.24	0	0	0	-0.24	0	0	0	0.06	0.18	0	0	5.24	M
X1	1.00	0.00	-0.06	0.53	0.00	-0.06	0	0	0	-0.06	0	0	0	-0.24	0.29	0	0.00	1.06	M
Y3	0.00	0.00	7.29	-6.65	0.00	-3.71	-1.00	1.00	4.00	-4.71	0	0	0	2.18	-2.47	1.00	0	10.71	2.68
C(j)-Z(j)	0	0	-7.53	0	0	-0.53	0	0	-4.00	-0.53	0	0	0	-2.12	2.65	0	0		



Simplex Tableau -- Iteration 10 (Phase Two)

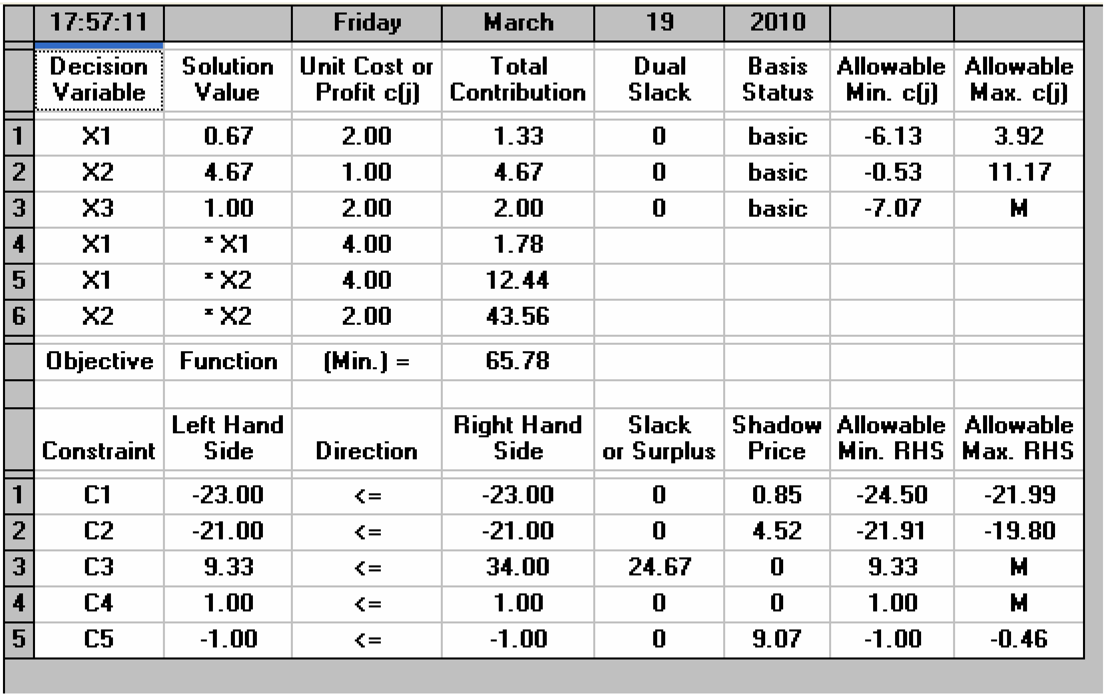
Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
Z0	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	0	1.00	1.00	1.00
X2	0.00	1.00	-0.43	-0.66	0.00	0.07	0	0	0	-0.18	0	0	0.25	0.29	-0.37	0	0	3.68	M
V3	0.00	0.00	5.49	0.13	0.00	-0.01	0	0	0	0.24	1.00	0	-1.25	-0.06	0.07	0	0.00	30.26	5.52
V4	0	0	2.00	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	-1.00	0	0	0	0	2.00	1.00
V1	0.00	0.00	1.63	-1.19	0.00	0.13	0	0	1.00	-1.12	0	0	0.25	0.53	-0.66	0	0.00	0.62	0.38
U2	0.00	0.00	-0.24	1.12	1.00	-0.24	0	0	0	-0.24	0	0	0	0.06	0.18	0	0	5.24	M
X1	1.00	0.00	-0.06	0.53	0.00	-0.06	0	0	0	-0.06	0	0	0	-0.24	0.29	0	0.00	1.06	M
U5	0.00	0.00	0.76	-1.88	0	-4.24	-1.00	1.00	0	-0.24	0	0	-1.00	0.06	0.18	1.00	0.00	8.24	10.77
C(j)-Z(j)	0	0	-1.00	-4.76	0	0	0	0	0	-5.00	0	0	0	0	0	0	0		



Simplex Tableau -- Iteration 12 (Phase Two)

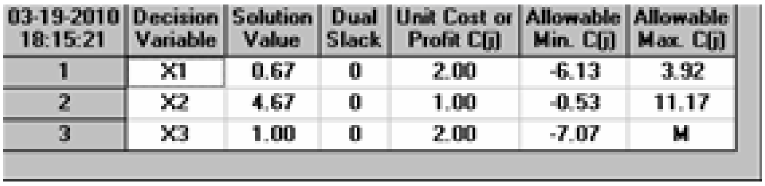
Basis	X1	X2	X3	U1	U2	U3	U4	U5	V1	V2	V3	V4	V5	Y1	Y2	Y3	Z0	R. H. S.	Ratio
U1	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	-0.11	0	0	-0.84	0.94	0	0	-1.58	-0.44	0.56	0	1.37	0.85	
X2	0.00	1.00	0.00	0	0	0	0	0	-0.56	0.44	0	0	-1.22	0	0	0	1.33	4.67	
V3	0	0	0.00	0	0	0	0	0	0.11	0.11	1.00	0	4.44	0	0	0	-5.67	24.67	
V4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.00	1.00	0	0	0	-2.00	0	
X3	0	0	1.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.00	0	0	0	1.00	1.00	
U2	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	-0.11	0	0	0.94	-1.28	0	0	1.53	0.56	-0.44	0	-1.30	4.52	
X1	1.00	0.00	0.00	0	0	0	0	0	0.44	-0.56	0	0	0.78	0	0	0	-0.67	0.67	
U5	0.00	0.00	0	0	0	-4.44	-1.00	1.00	-1.58	1.53	0	0	-3.21	-0.78	1.22	1.00	1.81	9.07	
C(j)-Z(j)	0	0	0	0	0	-0.53	0	0	-4.61	-0.53	0	0	-8.53	-2.12	2.65	0	0		

الجدول(4):جدول السمبلكس النهائي



	17:57:11		Friday	March	19	2010		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Dual Slack	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0.67	2.00	1.33	0	basic	-6.13	3.92
2	X2	4.67	1.00	4.67	0	basic	-0.53	11.17
3	X3	1.00	2.00	2.00	0	basic	-7.07	M
4	X1	*X1	4.00	1.78				
5	X1	*X2	4.00	12.44				
6	X2	*X2	2.00	43.56				
	Objective	Function	(Min.) =	65.78				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	-23.00	<=	-23.00	0	0.85	-24.50	-21.99
2	C2	-21.00	<=	-21.00	0	4.52	-21.91	-19.80
3	C3	9.33	<=	34.00	24.67	0	9.33	M
4	C4	1.00	<=	1.00	0	0	1.00	M
5	C5	-1.00	<=	-1.00	0	9.07	-1.00	-0.46

Sensitivity Analysis of the OBJ Coefficients For Problem

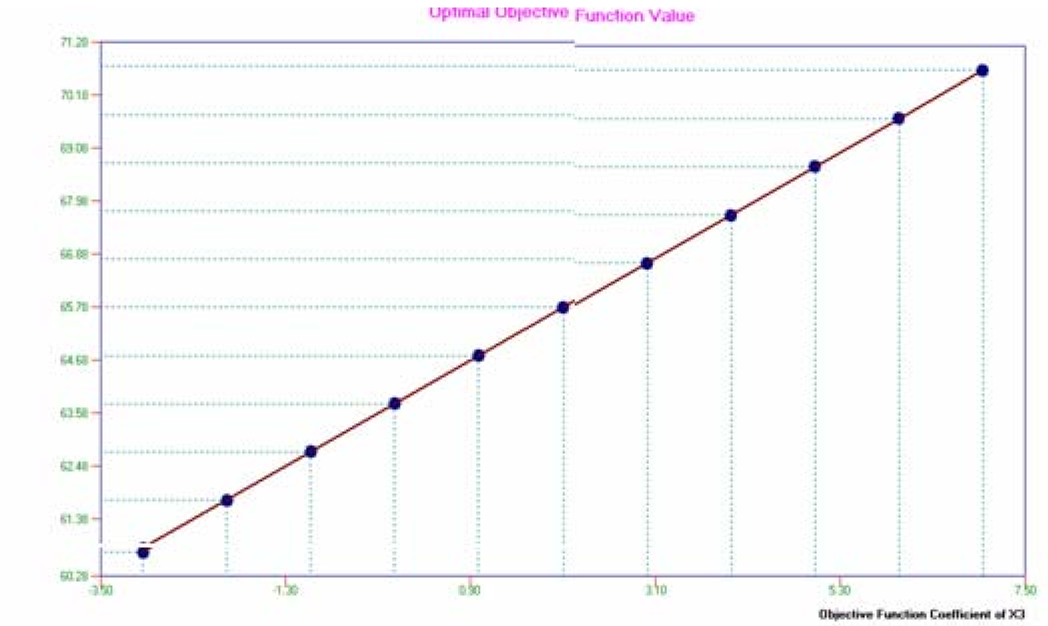


03-19-2010 18:15:21	Decision Variable	Solution Value	Dual Slack	Unit Cost or Profit C(j)	Allowable Min. C(j)	Allowable Max. C(j)
1	X1	0.67	0	2.00	-6.13	3.92
2	X2	4.67	0	1.00	-0.53	11.17
3	X3	1.00	0	2.00	-7.07	M

Sensitivity Analysis of the Right-Hand-Sides For Problem

03-19-2010 18:16:31	Constraint	Direction	Shadow Price	Right Hand Side	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	<=	0.85	-23.00	-24.50	-21.99
2	C2	<=	4.52	-21.00	-21.91	-19.80
3	C3	<=	0	34.00	9.33	M
4	C4	<=	0	1.00	1.00	M
5	C5	<=	9.07	-1.00	-1.00	-0.46

Graphic Parametric Analysis For Problem



الشكل(8) تحليل معلمات النموذج

10- تحليل الحساسية(Sensitivity Analysis)

المقصود به تحليل مابعد الامثلية أي بعد أن يتم بلوغ الحل الأمثل لأي نموذج رياضي يعبر عن نشاطات مشروع معين أو مصنع وكانت إدارة المشروع أو المصنع ترغب في إحداث بعض التغييرات على النموذج الأولي الذي يعبر عن نشاطات ذلك المشروع او المصنع كأن يكون على سبيل المثال زيادة الموارد المتاحة مثلا رأس المال ،الزمن المتاح ، عدد العمال والمكائن أو أية إضافات يمكن ان تحدث في المشروع فإن هذه التغيرات في المشروع تؤدي إلى تغير النموذج الذي يعبر عن نشاطات المشروع .فإن تحليل مابعد الامثلية او مايسمى بتحليل الحساسية يدرس أثر التغيرات التي تحدث في النموذج الأولي للمشروع وحساب اثر التغيرات على الحل الأمثل للنموذج.

وبالإمكان تصنيف التغيرات التي يمكن أن تحدث على النموذج الأولي وللمتغيرات الآتية:

1-changes in the right hand of the constraints.

تغير قيم الطرف الأيمن للقيود

2- changes in the coefficients of the objective function.

تغير معاملات دالة الهدف

3- changes in the coefficients of the variables of the constraints.

تغير معاملات المتغيرات في القيود

4-addition of new variables to the problem.

إضافة متغير أو عدة متغيرات جديدة

5- addition of new constraints to the problem.

إضافة قيد أو عدة قيود جديدة

النتائج التي يمكن ان تحدث من التغيرات أعلاه:

1- إما أن يكون الحل الأمثل كما هو دون أي تغيير.

2- قد يبقى الحل الأمثل(قيمة دالة الهدف) كما هي ولكن قد تتغير قيمة المتغيرات بعضها أو كلها.

3- قد يتغير الحل الأمثل بأكمله.

ففي مجال بحثنا هذا تم تغير قيم الطرف الأيمن للقيود ومعاملات المتغيرات في القيود عند أخذ قيم افتراضية مختلفة لـ pi وفي كل مرة.

إذ تم الاستمرار بافتراض قيم افتراضية جديدة وفي كل مرة تتكون نماذج جديدة يتم حلها بالأسلوب السابق نفسه كما موضح بنتائج الجدول (5) التي تم التوصل إليها بعد اخذ القيم الافتراضية لاختبار تحليل الحساسية لمعرفة تأثير التغيرات في النماذج مع بقاء القيود فعالة وكالاتي:

الجدول(5)

Models	P_0	P_1	P_2	P_3	Z_0	X^*_{1LP}	X^*_{2LP}	X^*_{3LP}	Z^*_{LP}	X^*_{1QP}	X^*_{2QP}	X^*_{3QP}	Z^*_{QP}	Iterations
1	2.12	2	1	3	52.88	2.22	2.22	1	1	1	3.75	1	54.99	9
2	2	3	1	4	63.78	0.66	4.66	1	1	0.67	4.67	1	65.78	12
3	6.5	4	3	7	87.11	2	4	1	1	1.35	4.81	1	93.61	11
4	1	2	1	3	67.78	2.22	2.22	1	1	0.67	4.67	1	68.78	10
5	0.5	5	2	8	78	0	6	1	1	0	6	1	78.50	10
6	3.4	1	6	2	129.82	6	0	1	1	1.71	5.87	1	133.22	9

الاستنتاجات

يلاحظ من النتائج الموضحة في الجدول (5) وبعد استخدام طريقة Van De لحل مسائل البرمجة التربيعية وتحت قيم افتراضية ومتعددة للتضبيب وللنموذج نفسه وفي كل مرة يتم تغيير قيم التضبيب pi الذي يؤدي الى استخدام التحليل الحساس لغرض معرفة تأثير التغيرات الحاصلة في دالة الهدف والقيود والجانب الأيمن من القيود والممثل بـ bi وتغيير الكاف الخاصة بالنموذج ومتطلباته تبين ان القيود تبقى فعالة في حالة تغيير القيم الافتراضية في كل مرة وبالإمكان إيجاد الحل لأي نموذج غير خطي بطريقة Van De وان الحل يبقى حلا امثل

ويحقق القيد التربيعي للمسألة ولكل نموذج يكون الاختلاف فقط في عدد التكـرارات المتكونة للتوصل الى الحل الأمثل وقيمة z_0 الابتدائية فضلا عن القيم المثلى لمتغيرات القرار لكل نموذج متكون وكما موضح بالجدول السابق (5).

المصادر:

1-الطائي، محمد مؤيد ذنون. (2002). "استخدام طريقة كارماركار لحل مشكلة البرمجة الخطية والتربيعية"، رسالة ماجستير، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل.

2- بقجة جي، صباح الدين وآخرون. (1998). " بحوث العمليات "، المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف والنشر، دمشق، سوريا.

3-جزاع، عبد ذياب. (1986). "بحوث العمليات "، الطبعة الثانية، وزارة التعليم العالي والبحث العلمي، جامعة بغداد، العراق.

4-AL-Jassar, A.F.J.(2004). " Some optimization and reliability problems in fuzzy environment ", Thesis of Master Degree, Al-Nahrain University, College of Science.

5-Battermann, A.(1996). " Preconditioners for Karush-Kuhn-Tucker systems arising in optimal control", Thesis of Master of Science in Mathematics, Blacksburge, Virginia.

6- Bazaraa,S.and Shetty,C.M.(1993)."Non-Linear Programming Theory and Algorithms", NewYork, Chichester, Brisbane, Toronto.

7- Bector,C.R.and Chandra,S. (2005)."Fuzzy Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games",Springer Berlin Heidelberg NewYork, Printed in Germany.

8-Koo, D.(1977). "Elements of Optimization with Applications in Economics and Business ", Eastern Michigan University Ypsilanti, M1 48197 USA, Springer-Veriag New York Inc. Printed in the United States of America.

9-Vanderbei, R. J.(2001). " Linear Programming: Foundations and Extensions ", Dept. of Operations Research and Financial Engineering, Princeton University, Printed in The United States of America.