

## تحليل انحدار خطي ضبابي لمعدل الإصابة بفيروس كورونا والفحوصات المختبرية بناءً على العلاقات الإحصائية

مرwan صالح جميل  
كلية علوم البيئة وتقاناتها  
الموصل

زياد يحيى علي  
التربية البدنية وعلوم الرياضية  
جامعة الموصل

عائدة يونس محمد

التربية البدنية وعلوم الرياضية، جامعة الموصل  
(قدم للنشر في ٦/٧/٢٠٢٢ ، قبل للنشر في ٥/٧/٢٠٢٢)

المستخلص

تم تسليط الضوء على الارتباط الاحصائي بين معدل الإصابة والاختبارات المختبرية على مدار أيام عديدة طوال فترة ٤٥ يومًا في العديد من المدن العراقية من خلال تطبيق الانحدار الخطي الضبابي. تم دراسة علاقة الارتباط بين هذه العوامل باستخدام اسلوب إحصائية يعتمد على تحليل الارتباط والانحدار. وتم اخذ البيانات من قبل إحصائية تقدمه وزارة الصحة العراقية عن طريق نشرها في صحيفة الصباح العراقية. تم تقدير الخطأ النسبي للبيانات (RE) ، فيما بعد يتم تمثيل النتائج بمخطط مبعثر لتوضيح العلاقة بين المقياسين. بالإضافة إلى ذلك، يتم حساب مخطط بيرسون المتوافق (CC).

## Fuzzy linear regression analysis of (19-COVID) infection rate and laboratory testing based on Statistical relationships

Zeiad Yahya Ali

University of Mosul, College of physical education and sport sciences, Mosul, Iraq

Marwan Jameel

University of Mosul, Department of Environmental Technology, Mosul, Iraq

Aiad younis mohammed ALmoured

University of Mosul, College of physical education and sport sciences, Mosul, Iraq

### Summary

The statistical correlation between infection rate and laboratory parameters was studied over a period of 45 days in many Iraqi cities by applying the fuzzy linear regression model. In accordance with this issue, we investigated the association between these factors using a statistical technique based on correlation analysis and regression. We collected data from the Iraqi Ministry of Health and Environment and published in the Iraqi Al-Sabah newspaper. The data relative error (RE) was estimated, and then the results were represented by a scatter plot to illustrate the relationship between the two measures. In addition, the corresponding Pearson diagram (CC) is calculated.

## ١ - المقدمة واهمية البحث

إعطاء العالم **Zadeh** مقدمة عن المجموعة الغامضة ونظريتها في عام ١٩٦٥. كما اقترح **Tanaka** وآخرون. نموذج خاص بالانحدار الخطي الضبابي. وعلى ضوء ذلك اقترح العديد من العلماء العديد من النماذج المتنوعة من تقنيات الانحدار الضبابي المختلفة. ومنذ ذلك الحين، لفت عدد متزايد من الأطراف المعنية اهتمامًا كبيرًا إلى هذه المسألة لتمثيلها الدقيق للعناصر المنتمية. حيث هناك طريقتان لتحليل الانحدار الضبابي: يعتمد على البرمجة الخطية والذي يعتمد المعيار المثالي لتقليل الضبابية والآخر يعتمد على المربعات الصغرى والذي يعتمد على المسافة بين التوقعات والمخرجات الضبابية الملحوظة والجودة الملائمة.

تطور الانحدار الخطي الضبابي **Fuzzy linear regression (FLR)** واخذت مجال واسع في نظرية المجموعة مضببه لـ **Zadeh**. تعتمد فكرة **FLR** على القيم المستقلة والمقدرة والاختلاف بينهم .

واستخدم **Modarres, Nasrabadi, (2004)** تحليل الانحدار الخطي الغامض للمخاطر واتخاذ القرار، والذي استخدم الضبابية في المقالة لتمثيل عدم اليقين في نماذج **FLR**.

ابتكر **Chen and Hsueh, (2009)** نموذجًا رياضيًا لإعطاء قرار لتصميم نموذج انحدار مضبب يعتمد على معايير المسافة. وإعطاء **Bargiela, Pedrycz, and Nakashima** نهجًا جديدًا للانحدار المتعدد باستخدام الضبابية للبيانات والمعتمدة على فكرة **Asai, Tanaka, and K. Uegima, 1982** للمرة الأولى.

استخدمنا الانحدار الخطي الضبابي لـ **Tanaka** في هذه الدراسة. قمنا بتحليل الأرقام المضببة من النوع شبه المنحرفة غير المتماثلة وأضافنا مفهوم الانحدار الخطي مضبب للنظام الخطي المضبب. اخذت المعادلات المعيارية من خلال تحديد المعاملات المضببة والخطوط الغامضة المرتبطة بخط الانحدار ، تم إيجاد معدل الإصابة بفيروس كورونا ومن ثم تقدير الاختبارات المعملية باستخدام معادلة الانحدار الخطي الضبابي. اخذت هذه البيانات لعدوى فيروس كورونا من الاختبارات المختبرية ودمجها في الخوارزمية. يتم تحويل الارتباط الكلاسيكي إلى نموذج للارتباط المضبب.

نحصل على الخطوط المضبب لـ  $y$  على  $x$  . اعطت البيانات المأخوذة في طريقة الانحدار الخطي المضبب والخوارزمية تنبؤات دقيقة وجيدة بمعدل الإصابة بفيروس كورونا والاختبارات المختبرية. يمكن استخدام هذه التقنيات كأداة رياضية قوية للتنبؤ في مجموعة متنوعة من المجالات الأخرى.

وتتكون هذه المخطوطة من الأقسام التالية :

احتوى القسم الأول العلاقة بين معدل الإصابة بفيروس كورونا والاختبارات المختبرية. اما القسم الثاني فحتوى على مجموعة من الدراسات السابقة ذات الصلة. وفي القسم الثالث اعطي مجموعة من المفاهيم الأساسية والخاصة بالدراسة، وفي القسم الرابع ، تم توضيح مشكلة التطبيق واهدافه. ويوضح القسم الخامس إيجاد معامل الارتباط ومعدل الخطأ النسبي وفي القسم السادس تم بناء لمعادلة الخط المستقيم في الحالات الضبابية .

## ٢ - الاستعراض المرجعي

تهتم الاحصاء بشكل اساسي بتحليل الارتباط والانحدار. اقترح كلا من العالمان **Roig and Yen Ghoshray (1999)** نموذج انحدار خطي استخدم معاملات عدد ضبابية مثلث. أجرى **Chang and Ayyub (2001)** مقارنة بين تقنيات الانحدار الضبابي .

قدمت **Natalie and James (2002)** استراتيجية لتقييم نتائج المحاكاة باستخدام أسلوب ( upgraded batch means ) approach ).

عرف **D'Urso (2003)** الانحدار الخطي من حيث إدخال مجموعة ضبابية وبيانات إخراج كمجموعة ضبابية. اقترح **Canay (2011)** طريقة بديهية لأداء الانحدار الكمي على بيانات الجدولة (panel data). **Panigrahi, (2013)** إعطاء نموذجاً ذات نهجاً تجريبياً للعلاقة بين إدارة المخزون والربحية في مجال صناعة السمك. وقد **Geraci (2016)** طريقة لتقدير قيمة الانحدار في المسوحات المعقدة مع البيانات المفقودة بصورة عشوائياً ، باستخدام محددات اوزان الولادة.

قام **Coulom and Shenai (2018)** تأثير قياسات المسافة البديلة على الارتباط بين عائدات سعر الصرف الحقيقي الكافي. طور نموذج برمجة كسور خطي قائم على المحاكاة لتخطيط تخصيص المياه التكيفي في التيار الرئيسي لحوض نهر سونغهوا ، والذي تم استكشافه بواسطة **Qiang al et al(2018)**. استخدمت في الدراسة البرمجة الجزئية للتخطيط و لتخصيص المياه القابل للتكيف في حوض نهر سونغهوا في الصين وقدم نموذجاً لتحسين المخزون لبيئة هشة مع زيادة تربية تكاليف الاحتفاظ والطلب الحتمي المتزايد خطياً. وقد أيضا استراتيجية إحصائية بالاعتماد على تحليلي الارتباط والانحدار. تتعلق الدراسة الحالية بالعلاقات الإحصائية لمرض العصر الذي عصفت بالعالم وهو فايروس الكرونا، ويليهما تحليل الانحدار الخطي الضبابي لمعدل الإصابة بفيروس كورونا والاختبارات المعملية ، تم استخدام الانحدار الخطي الضبابي وإنشاء الخوارزمية ، والارتباط الضبابي لتوليد تنبؤات دقيقة لمعدل الإصابة بفيروس كورونا والاختبارات المعملية. كنموذج رياضية معقدة ، استخدامه للتنبؤ عن طريق مجموعة متنوعة من التطبيق.

### ٣- بعض التعاريف الأساسية

#### ٣-١ المجموعات الضبابية

لقد عرف لطف زادي المجموعة الضبابية على أنها "أصناف من العناصر مع درجة انتماء مستمر وأن هذه المجموعة ميزت بدالة الإنتماء (المميزة) التي خصصت لكل عنصر والتي مداها بين الصفر والواحد" (**Zadah, 1965**), بحيث ان اذا كانت  $X$  مجموعة من العناصر فان المجموعة الضبابية  $\bar{B}$  تعطي او تحقق العلاقة التالية

$$\bar{B} = \{x. \mu_B(x). x \in X\} \quad (1)$$

بحيث ان

$$\mu_B: X \rightarrow [0. 1]$$

يدعى او يعرف بدالة الانتماء وان  $\alpha - cut$  في  $\bar{B}$  تعرف بالعلاقة التالية

$$B_\alpha = \{x. \mu_B(x) = \alpha. \alpha > 0\}$$

#### ٣-٢ الاعداد الضبابية

يقال للمجموعة الضبابية  $A$  في  $R$  بأنها اعداد ضبابية إذا حققت الشروط الآتية :

(George and Yuan, 1995, 21)

١. يجب أن تكون  $A$  مجموعة ضبابية طبيعية ومحددة .
٢. يجب أن تكون المجموعة  $A_a$  محددة لكل  $a \in [1, 0)$  .
٣. يجب أن تكون دالة الإنتماء للمجموعة الضبابية  $A$  مستمرة جزئية (Piecewise) .

### ٣-٣ العدد الضبابي الشبه المنحرف Trapezoidal Fuzzy Number (TFN)

تكون دالة الإنتماء او العضوية  $\mu_{\bar{B}}$  والمتمثلة بالعدد المضرب بدالة شبه المنحرف المعطى

$\bar{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$  as follows:

$$\mu_{\bar{B}}(x) = \begin{cases} \frac{x-b_1}{b_2-b_1} & \text{for } b_1 < x < b_2 \\ 1 & \text{for } b_2 < x < b_3 \\ \frac{b_3-x}{b_3-b_2} & \text{for } b_3 < x < b_4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

### ٤-٣ العدد المضرب المتماثل Symmetric Fuzzy Number (SFN)

إذا كان  $b_1=b_3$  ، فإن العدد المضرب الثلاثي  $\hat{B} = (b_1, b_2, b_3)$  ذات حدود عددية متثلثة مضببة متماثلة، فإن المجموعة الضبابية  $B = (b_1, \hat{b}_2, b_3, b_4)$  في  $R$  تمثل عدد مضرب شبه منحرف وتكون لها دالة عضوية مضببة إذا حققت الشروط التالية: [18]

$$\mu_{\hat{B}}(x) = \begin{cases} \frac{x-(b^l-\alpha)}{\alpha} & \text{for } b^l - \alpha < x < b^l \\ 1 & \text{for } b^l < x < b^u \\ \frac{(b^u+\alpha)-x}{\alpha} & \text{for } b^u < x < b^u + \alpha \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

### ٥-٣ فك الضبابية ( Defuzzification )

يمكن استرجاع المجموعة الضبابية لـ  $\hat{B}$  مثلا من خلال تمثيلها بـ **graded mean integration (RMI)** فلو كانت  $\hat{B}$  متمثلة بعدد ضبابي شبه منحرف فإن فك ضبابيتها تعطى من خلال (RMI): [19]

$$p(\hat{B}) = \frac{b_1+2b_2+2b_3+b_4}{6} \quad (4)$$

### ٦-٣ الخطأ النسبي (RE) Relative Error

يتم التعبير عنها بـ **RE** ، الذي يمثل مصداقية التقنية المقترحة ويتم حسابها باستخدام الصيغة الآتية كنسبة مئوية: [15]

$$RE = \frac{|y-x|}{x} * 100 \% \quad (5)$$

### ٧-٣ معامل الارتباط لبيرسون (CC)

يعتبر فحص الارتباطات محاولة لتقييم قوة الروابط بين متغيرين. يتم تقييم ذلك من خلال قيمة واحدة تسمى معامل الارتباط

(CC) يقاس قوة الرابط الخطي  $x-y$ . معامل الارتباط لبيرسون (CC)  $\rho$  ، كما هو موضح في  $\rho$  من  $x$  إلى  $y$ :

$$\rho = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\left[ \sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \right] * \left[ \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2} \right]} \quad (6)$$

من المهم ملاحظة أن  $\rho$  قريبة من (-1 or +1).

### ٨-٣ مخططات مبعر (SD) Scatter Diagrams

هي تمثيلات بيانية للبيانات توضح اتجاه العلاقة بين متغيرين. عندما يكون كل زوج من نقاط البيانات واقعة في خط مستقيم ، وهذا يدل على وجود علاقة او اتصال خطي بين متغيرين وليكن  $x$  و  $y$  وبعبارة لا يوجد اتصال .

بعض من العلامات مهمة ذات صلة: تم تضمين الرموز التالية في هذه المخطوطات:

$x$  عدد إصابات فيروسات كورونا: معدل الفحوصات المخبرية.

$y$  : معدل الفحوصات المخبرية.

$P(\widehat{y}), P(\widehat{x})$ : عدد مضرب للمتغيرين  $x$  و  $y$

$PCC$ : معامل ارتباط لبيرسون ( $\rho$ ) .

$RE, \widehat{RE}$ : المتوسط النسبي للخطأ والخطأ النسبي.

$\sum x$ : المجموع للمتغير  $x$  .

### ٤ - المسألة التطبيقية

هدف الدراسة نحاول إيجاد قيم العلاقة بين معدل الفحوصات المخبرية (ص) وعدد الإصابات (س) بالأيام. لتحديد ما إذا كان الانحدار خطياً أم غير خطي، مع الملاحظة القيم المبعثرة. بالإضافة إلى العثور على معامل الارتباط  $\rho$  . تم تطبيقها على بيانات اخذت بواقع ٤٥ يوم لفحص عدد من المصابين بفايروس كورونا من قبل وزارة الصحة العراقية ، كما ورد في صحيفة الصباح العراقية اليومية. في الفترة من ١ تموز (يوليو) ٢٠٢١ إلى ١٤ آب (أغسطس) ٢٠٢١ كما هو مدون في الجدول ١ .

الجدول ١ . يمثل عدد الإصابات الفحوصات المخبرية من وزارة الصحة والبيئة العراقية

The Date التاريخ	Number of Injuries عدد الإصابات اليومية	Laboratory test عدد المختبرين او الفحوصات المختبرية	The Date	Number of Injuries عدد الإصابات اليومية	Laboratory test عدد المختبرين او الفحوصات المختبرية
01.07.2021	7554	48523	24.07.2021	7653	28271
02.07.2021	6378	45397	25.07.2021	9147	38197
03.07.2021	5375	34286	26.07.2021	12180	50880
04.07.2021	6264	39128	27.07.2021	12185	52367
05.07.2021	8030	45414	28.07.2021	13515	57971

06.07.2021	8818	52610	28.07.2021	13259	58900
07.07.2021	8777	51451	29.07.2021	12597	60426
08.07.2021	9189	48604	30.07.2021	10215	43110
09.07.2021	8636	45487	01.08.2021	9394	45787
10.07.2021	6821	36671	02/08/2021	12734	53467
11.07.2021	7616	40711	03/08/2021	11644	51836
12.07.2021	9149	42672	04/08/2021	12713	51899
13.07.2021	9046	43753	05/08/2021	11871	50706
14.07.2021	9635	45590	06/08/2021	11435	51816
15.07.2021	9337	44112	07/08/2021	7973	35077
16.07.2021	8336	44318	08/08/2021	8346	41763
17.07.2021	8149	35805	09/08/2021	9619	43563
18.07.2021	8698	39665	10/08/2021	9970	42401
19.07.2021	9883	40875	11/08/2021	8635	41613
20.07.2021	8922	39925	12/08/2021	10243	45335
21.07.2021	8320	33083	13/08/2021	9967	45601
22.07.2021	8106	31192	14/08/2021	7011	34273
23.07.2021	8905	34764			

٥- الحسابات العددية

لتوضيح المتغيرين عدد المصابين  $x$  والذين فحصو مختبريا  $y$  في هذه الدراسة، نأخذ المعلومات من الجدول ١. وباستخدام المعادلة في (6) لإيجاد معامل التمثيل بالقيمة  $\rho$  بالإضافة إلى  $RE$ ، وكما هو موضح أدناه:

$$\rho = 0.7600 \quad (8)$$

باستخدام الصيغة  $RE$  من الممكن حساب القيمة المتوسطة لـ

$$\overline{RE} = \frac{\text{sum of } RE}{n} = 269.5761 \quad (9)$$

تم وضع الرسم البياني المبعثر **Scatter** بالطريقة الموضحة في الشكل ١. وهذا يوضح وجود صلة إيجابية بين عدد المصابين  $x$  والذين فحصو مختبريا  $y$  هذا الارتباط ليس قويا، لكنه معتدل إلى حد ما.

أسلوب الخط المستقيم الاعتيادي لمربعات الصغرى اعطت القيم التالية للمعادلة الخطية  $y = ax + b$  الخاصة بالجدول رقم (١)

$$\sum x = 4220 \quad \bar{X} = 9383.3$$

$$\sum y = 19895 \quad \bar{Y} = 44206.5$$

$$SSX = 41302559$$

$$SP = 19153485$$

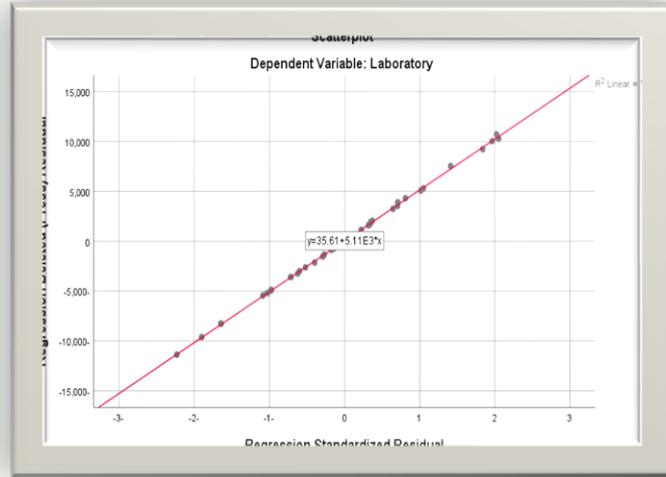
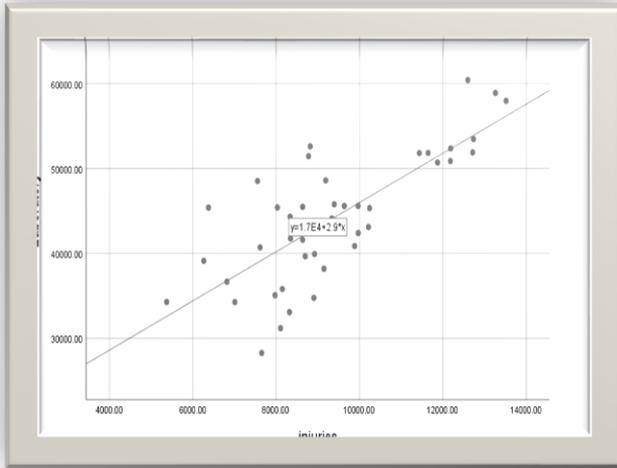
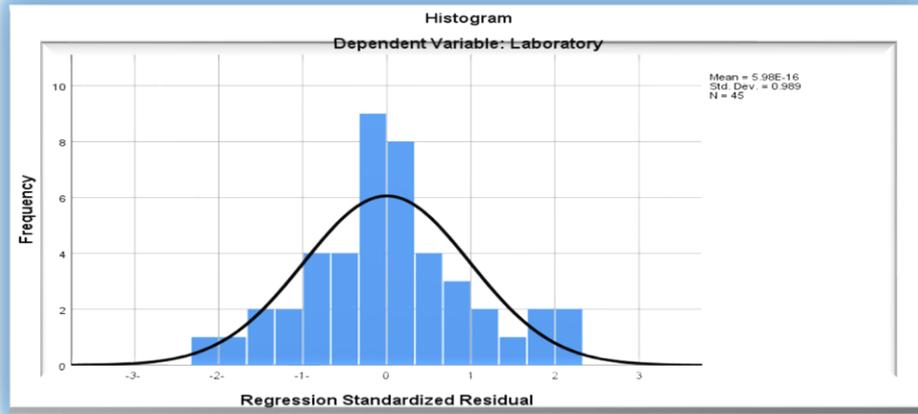
$$b = 2.897$$

$$a = 17014.3769$$

وعليه فإن معادلة الانحدار تكون على الشكل التالي :

$$y = 17014.3769 x + 2.897$$

(10)



طريقة المر

لنضع

$(x_n, y_n)$

البيانات. نس

method

من أجل

الشكل رقم

خطي في المنطق الاعتيادي

مع وجود علاقة إيجابية بين عدد المصابين  $x$  والذين فحصوا مختبريا  $y$

تحقيق التوازن وتعزيز عضوية نقطة المعطى على شكل ازواج مرتبة ثم تطبيق نموذج المربع الصغرى مع التقدير المناسب للانحدار الخطي ، بناءً على حجم البيانات في الجدول ( $n = 45$ ) ، عملنا على إيجاد نموذج خطي للقيم الضبابية باستخدام شبه المنحرفات المتماثلة كمتغيرات مستقلة ومعتمدة:

$$p(\hat{y})_k = a p(\hat{x})_k + b$$

(11)

حيث  $p(\hat{x})_k$  القيم الناتجة عن فك الضبابية للنقطة  $\hat{x}$  باستخدام المعادلة (4) والمعنى الاجراء للمتغير  $p(\hat{y})_k$

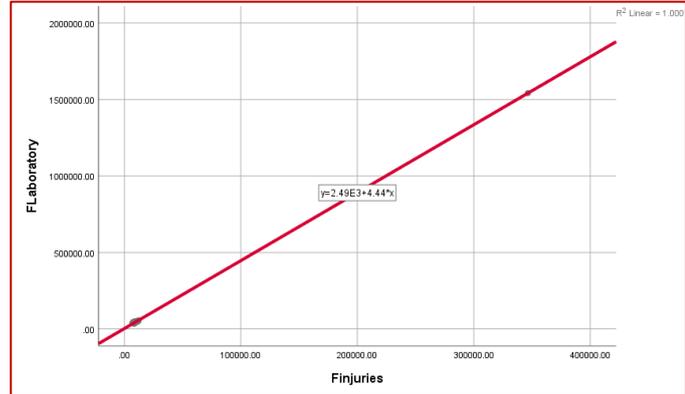
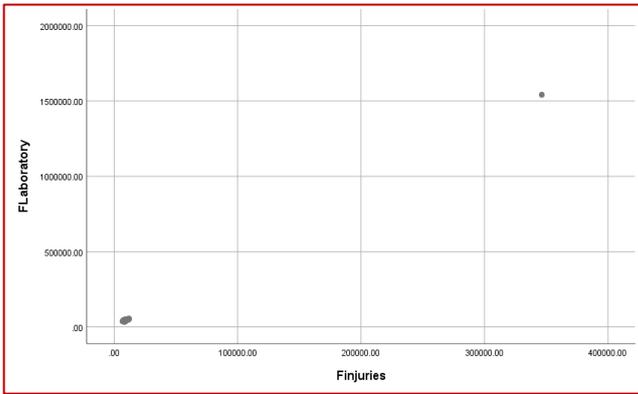
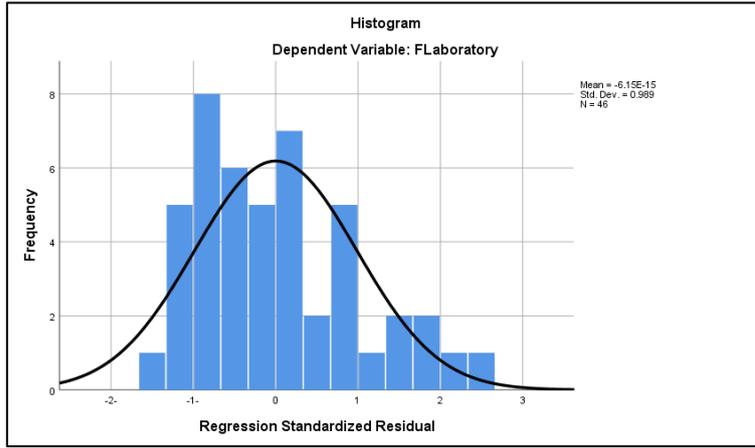
$$\rho = 0.999855 \quad (12)$$

$$\tilde{b} = 4.442438$$

$$\tilde{a} = 2485.283721$$

ثم يتم إعطاء معادلة الانحدار المضرب من خلال:

$$p(\hat{y})_k = 2485.283721 p(\hat{x})_k + 4.442438 \quad (13)$$



الشكل رقم (٢) يعطي صورة عن شكل الانتشار للمتغيرات حول ميل الخط ونموذج خطي في المنطق

المضرب

#### ٧- مناقشة النتائج

من خلال الانحدار الخطي الضبابي، حددنا علاقة بين معدل الإصابة بفيروس كورونا والاختبارات المختبرية، بالنسبة لبعض البيانات المفهرسة الصادرة من الوضع الحالي لمرض فيروس كورونا (COVID-19) لوزارة الصحة العراقية ومقارنتها من الانحدار الخطي بالمنطق الكلاسيكي وكما موضع من خلال الأشكال رقم (١) و (٢). أيضا استنتجت من الدراسة تحليل إحصائي لبيانات حقيقية نشرتها جريدة الصباح العراقية. تم بناء نموذج مضرب ذات

صابع خطي يوضح العلاقة بين متوسط الاصابة والاختبارات المختبرية. تشير إلى أن الارتباط زاد من ٠,٧ إلى ٠,٩. هذه هي إمكانية التنبؤ بالمستقبل التي سوف تنتجاً بتيحة المرض.

في الخطوة التالية ومن خلال المعادلة (5) نجد قيمة  $\hat{e}_k$  وبالشكل التالي :

$$\begin{aligned}\hat{e}_k &= y_k - \hat{y}_k \\ &= y_k - (a \hat{x}_k + b), \quad k = 1.2. \dots n .\end{aligned}$$

لتقدير المعلمات  $a$  و  $b$  في حالات الضبابية مع شروط الامثلية لها.

#### ٨- مصادر

1. Abdalla and Buckley, "Monte Carlo methods in fuzzy linear regression," *Soft Comput.*, vol. 11, no. 10, pp. 991–996, 2007.
2. Asai and K. Uegima, "Linear regression analysis with fuzzy model," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern*, vol. 12, pp. 903–907, 1982.
3. Bargiela, Pedrycz, and T. Nakashima, "Multiple regression with fuzzy data," *Fuzzy sets Syst.*, vol. 158, no. 19, pp. 2169–2188, 2007.
4. Canay, "A simple approach to quantile regression for panel data," *Economics. J.*, vol. 14, no. 3, pp. 368–386, 2011.
5. Chen and Hsueh, "A mathematical programming method for formulating a fuzzy regression model based on distance criterion," *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Part B*, vol. 37, no. 3, pp. 705–712, 2007.
6. Chen and Hsueh, "Fuzzy regression models using the least-squares method based on the concept of distance," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 17, no. 6, pp. 1259–1272, 2009.
7. Coulom and Shenai, "The effect of alternative measures of distance on the correlation of real effective exchange rate returns: An approach to contagion analysis," *Int. J. Financ. Stud.*, vol. 6, no. 4, p. 85, 2018.
8. D'Urso, "Linear regression analysis for fuzzy/crisp input and fuzzy/crisp output data," *Comput. Stat. Data Anal.*, vol. 42, no. 1–2, pp. 47–72, 2003.
9. Ebrahimnejad and Tavana, "A novel method for solving linear programming problems with symmetric trapezoidal fuzzy numbers," *Appl. Math. Model.*, vol. 38, no. 17–18, pp. 4388–4395, 2014.

10. Geraci, "Estimation of regression quantiles in complex surveys with data missing at random: An application to birthweight determinants," *Stat. Methods Med. Res.*, vol. 25, no. 4, pp. 1393–1421, 2016.
11. Ghoshray, and Roig, "A linear regression model using triangular fuzzy number coefficients," *Fuzzy sets Syst.*, vol. 106, no. 2, pp. 167–177, 1999.
12. Kumar, "Inventory optimization model for quadratic increasing holding cost and linearly increasing deterministic demand," *Int. J. Recent Technol. Eng.*, vol. 7, no. 6, pp. 1999–2004, 2019.
13. Kumar, "Statistical relationship between the parameters of some indexed journals by fuzzy linear regression," *Int. J. Recent Technol. Eng.*, vol. 8, no. 3, pp. 4959–4964, 2019.
14. Liu and Cui, "A simulation-based linear fractional programming model for adaptable water allocation planning in the mainstream of the Songhua River Basin, China," *Water*, vol. 10, no. 5, p. 627, 2018.
15. Modarres and Nasrabadi, "Fuzzy linear regression analysis from the point of view risk," *Int. J. Uncertainty, Fuzziness Knowledge-Based Syst.*, vol. 12, no. 05, pp. 635–649, 2004.
16. Panigrahi, "Relationship between inventory management and profitability: An empirical analysis of Indian cement companies," *Asia Pacific J. Mark. Manag. Rev.*, vol. 2, no. 7, 2013.
17. Tafazzoli, Steiger, and J. R. Wilson, "N-Skart: A nonsequential skewness-and autoregression-adjusted batch-means procedure for simulation analysis," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 56, no. 2, pp. 254–264, 2010.
18. Tiwari and Vats, "Analyzing The Concept Of Graded K-Preference Integration Representation Method," *Turkish J. Comput. Math. Educ.*, vol. 12, no. 5, pp. 866–869, 2021.
19. Zadeh, "Fuzzy sets," in *Fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy systems: selected papers by Lotfi A Zadeh*, World Scientific, 1996, pp. 394–432.